

Diszkrét Matematika 2 Vizsgatematika

1 Gráfok

1.1 Definíciók

1.1.1 Irányítatlan Gráfok

Irányítatlan gráf; izolált csúcs; illeszkedési reláció; két csúcs szomszédos; üres gráf; hurokél; párhuzamos él (többszörös él); véges gráf; végtelen gráf; fokszám; fokszámok összege és élek száma közötti összefüggés; n -reguláris gráf; reguláris gráf; gráfok izomorfiaja; gráfok Descartes-szorzat; páros gráf (kétrészes gráf); részgráf; szupergráf; telített részgráf; részgráfnak a komplementere; egyszerű gráf komplementere; séta; vonal; út; kör; összefüggőség; komponensek; fa; erdő; feszítőfa; feszítőerdő; vágás; erdő; Euler-vonal; Hamilton-út; Hamilton-kör; címkézett és súlyozott gráf.

1.1.2 Irányított Gráf

Irányított gráf; irányított gráf megfordítása; szigorúan párhuzamos él; csúcs kifoka; csúcs befoka; kifok összege, befok összege és élek száma közötti összefüggés; irányított gráfok izomorfiaja; véges gráfok éllistas ábrázolása; irányított részgráf; irányított séta; irányított vonal; irányított út; irányított kör; erős összefüggőség; erős komponensek; irányított fa; jólszínezés; kromatikus szám; gráfok mátrixai; síkban rajzolható gráf; Euler formula; topologikus izomorfia; Kuratowski tétel.

1.2 Tételek

1.2.1 Bizonyítás nélkül

1. Dirac és Ore tétel (<https://hu.wikipedia.org/wiki/Hamilton-k%C3%B6r>);
2. Dijkstra módszer (7.2.22).

1.2.2 Bizonyítással

1. Állítás arról hogyan lehet sétából utat kapni (7.1.20)
2. Állítás a zárt vonalak jellemzéséről körökkel (7.1.21)
3. Fa ekvivalens definícióira vonatkozó tétel (7.1.29)
4. Körmentes fák és elsőfokú csúcsok kapcsolatát leíró állítás (7.1.30)
5. Fákban, a csúcsok és élek számának összefüggését leíró tétel (7.1.31)
6. Összefüggő gráf feszítőfáinak létezésére vonatkozó állítás (7.1.37)
7. Összefüggő gráfban, körök számára vonatkozó tétel (7.1.38)
8. Összefüggő gráfban, vágások számára vonatkozó tétel (7.1.41)
9. Összefüggő véges gráfban Zárt Euler-vonal létezéséről, illetve éldiszjunkta vonalakra való felbontására vonatkozó tétel (7.1.45)

10. Kruskal algoritmus

2 Algebra

2.1 Definíciók

2.1.1 Csoportok

Grupoid; félcsoport; (jobboldali, baloldali) egység elem; monoid; (jobboldali, baloldali) inverz; csoport; Abel-csoport; homomorfizmus; monomorfizmus; epimorfizmus; izomorfizmus; endomorfizmus; automorfizmus; részfélcsoport; rész-csoport; Klein csoport; generátum; ciklikus csoport; diéder csoport; csoport rendje; elem rendje; jobb és baloldali mellékosztályok; normálosztó; faktorcsoport; homomorfizmus magja; direkt szorzat.

2.1.2 Gyűrűk és testek

Gyűrű; nullosztómentes gyűrű; kommutatív gyűrű; integritási tartomány; egységelemes integritási tartomány; ferdetestek; testek; példa gyűrűre ($\mathbb{Z}[\alpha]$); gyűrű homomorfizmusok; gyűrű karakterisztikája; Frobenius-endomorfizmus; részgyűrű; ideál; mellékosztályok; faktorgyűrű; példa faktorgyűrűre; homomorfizmus magja; gyűrűk direkt szorzata; Gauss-gyűrűk; példa gyűrűre ami nem Gauss-gyűrű; Euklideszi gyűrűk; hányados-test.

2.2 Tételek

2.2.1 Bizonyítás nélkül

1. Ciklikus csoport részcsoporthait és generátorait leíró tétel (8.1.41)
2. Prím számrendű ciklikus csoportokra vonatkozó tétel (8.1.55)
3. Véges Abel-csoportok alaptétele (8.1.93)
4. Cayley tétel (8.1.102)

2.2.2 Bizonyítással

1. Asszociativitás, egységelem, inverz és kommutatív elemek homomorf képeiről szóló tétel és az ide tartozó következmény (8.1.8 és 8.1.9)
2. Csoport ekvivalens definícióiról szóló tétel és az egyszerűsítési szabály (8.1.13 és 8.1.14)
3. Részcsoporthat ekvivalens definícióiról szóló állítás (8.1.27 és 8.1.28)
4. Részcsoporthat metszetére vonatkozó következmény (8.1.29)
5. Generátumot jellemző állítás és a ciklikus csoportokra vonatkozó következmény (8.1.33 8.1.34)
6. Ciklikus csoportokat leíró tétel (8.1.38)

7. Ciklikus csoportok részcsoportjára vonatkozó tétel (8.1.40)
8. Lagrange tétel és következményei (8.1.52, 8.1.53 és 8.1.54)
9. Normálóztó ekvivalens definícióira vonatkozó tétel (8.1.71)
10. Normálóztók metszetére vonatkozó tétel (8.1.72)
11. Normálóztó szerinti mellékosztályok és a művelet kapcsolatára vonatkozó tétel és az ide tartozó következmény (8.1.80 és 8.1.81)
12. Homomorfizmustétel (8.1.85)
13. Gyűrű homomorf képére vonatkozó tétel (8.2.18)
14. Nullosztómentes gyűrűben a nem nulla elemek additív rendjére vonatkozó tétel (8.2.19)
15. Gyűrűben ideál szerinti mellékosztályokra és a műveletre vonatkozó tétel és az ide tartozó következmény (8.2.48 és 8.2.49)
16. Gyűrű homomorfizmus-tétel (8.2.54)
17. Kommutatív egységelemes gyűrűben a főideálokra vonatkozó tétel és a hozzá tartozó következmény (8.2.65 és 8.2.66)
18. Gauss gyűrűben a prím és irreducibilis elemek kapcsolata (8.2.67 vége)
19. Euklideszi gyűrű elemei és a φ függvény kapcsolatára vonatkozó állítás (8.2.70)
20. Bővített Euklideszi algoritmus Euklideszi gyűrűben (8.2.75)
21. Euklideszi gyűrűben a prímek és felbonthatatlan kapcsolatára vonatkozó tétel (8.2.76)
22. Euklideszi gyűrű és Gauss-gyűrű kapcsolatára vonatkozó tétel (8.2.77)
6. Véges testek elemszáma és a megjegyzés (8.3.54, 8.3.55 és 8.3.61)
7. Véges testek alap tétele (8.3.110)
8. Véges testek multiplikatív csoportjára vonatkozó tétel (8.3.58)
9. Irreducibilis polinomok (8.3.64)
10. Gauss tétele (8.3.68)
11. Schönemann-Eisenstein-tétel (8.3.77)

3.2.2 Bizonyítással

1. Maradék osztás tétele polinomokra (8.3.8)
2. Gyöktényező leválasztása (8.3.9)
3. Polinom gyökére és fokszámára vonatkozó következmény (8.3.10)
4. Két polinom megegyezésére vonatkozó következmény (8.3.11)
5. Polinom és polinomfüggvény kapcsolatát leíró következmény (8.3.12)
6. Test feletti polinom gyűrűre vonatkozó következmény (8.3.13)
7. Egy polinom osztói és deriváltját leíró tétel és az ide tartozó következmény (8.3.31 és 8.3.32)
8. Többszörös gyökökre és a deriváltra vonatkozó tétel és megjegyzés (8.3.34 és 8.3.35)
9. Lagrange interpoláció és titokmegosztás (8.3.82 és 8.3.83)

4 Kódolás

4.1 Definíciók

4.1.1 Forrás kódolás

Gyakoriság; relatív gyakoriság egyedi információtartalom; információ egysége; entrópia (vagy átlagos információtartalom); relatív entrópia; felbontható (vagy egyértelműen dekódolható, vagy veszteségmentes) kód; betűnkénti kódolás; kódfa; prefix kód; egyenletes kód; vesszős kód; átlagos szóhossz; optimális kód.

4.1.2 Hibakorlátozó kódolás

Paritásbit; t -hibajelző kód, pontosan t -hibajelző kód; Hamming távolság; Hamming súly; minimális távolságú dekódolás; t -hibajavító kód, pontosan t -hibajavító kód; tökéletes kód; MDS kód; lineáris kód; generátor mátrix; ellenőrző mátrix; szindróma; polinom kód; ciklikus kód.

4.2 Tételek

4.2.1 Bizonyítás nélkül

1. McMillan-egyenlőtlenség (9.2.9)
2. Shannon tétele zajmentes csatornákra (9.2.15)
3. Shannon-kód létezése és Huffman kód (9.2.16 és 9.2.18)
4. Szindróma dekódolás (9.3.15)

4.2.2 Bizonyítással

1. Hamming korlát (9.3.11)
2. Singleton korlát (9.3.12)

3 Polinomok

3.1 Definíciók

3.1.1 Polinomok

Formális hatvány sorok gyűrűje és a rajta értelmezett műveletek $(R[[x]], +, \cdot)$; $(R[x], +, \cdot)$ egyhatározatlanú polinom gyűrű és rajta értelmezett műveletek; konstans polinom; együtthető; konstans tag; főegyütthető; főtag; polinom foka; nullpolinom; lineáris polinom; monom; főpolinom (normálpolinom); polinomfüggvény; pszeudoosztás; Horner-elrendezés.

3.1.2 Többszörös gyökök

Algebrai derivált; többszörös gyökök; primitív polinomok.

3.2 Tételek

3.2.1 Bizonyítás nélkül

1. R elemei megfeleltetése $R[x]$ -ben (8.3.1 konstans polinomok)
2. R tulajdonságai és $R[x]$ tulajdonságai kapcsolatára vonatkozó állítás (8.3.1 vége, 8.5 ábra)
3. Wilson tétel (8.3.28)
4. Algebrai derivált tulajdonságai (8.3.29)
5. Irreducibilis polinomok és testbővítés (8.3.40)

5 Törzsanyag

1. Fa ekvivalens definícióira vonatkozó tétel (7.1.29)
2. Fákban, a csúcsok és élek számának összefüggését leíró tétel (7.1.31)
3. Összefüggő véges gráfban Zárt Euler-vonal létezéséről, illetve éldiszjunkt vonalakra való felbontására vonatkozó tétel (7.1.45)
4. Kruskal algoritmus
5. Csoport ekvivalens definícióiról szóló tétel és az egyszerűsítési szabály (8.1.13 és 8.1.14)
6. Részcsoport ekvivalens definícióiról szóló állítás (8.1.27 és 8.1.28)
7. Részcsoportok metszetére vonatkozó következmény (8.1.29)
8. Ciklikus csoportokat leíró tétel (8.1.38)
9. Lagrange tétel és következményei (8.1.52, 8.1.53 és 8.1.54)
10. Normálosztó szerinti mellékosztályok és a művelet kapcsolatára vonatkozó tétel és az ide tartozó következmény (8.1.80 és 8.1.81)
11. Homomorfizmustétel (8.1.85)
12. Nullosztómentes gyűrűben a nem nulla elemek additív rendjére vonatkozó tétel (8.2.19)
13. Kommutatív egységelemes gyűrűben a főideálokra vonatkozó tétel és a hozzá tartozó következmény (8.2.65 és 8.2.66)
14. Gauss gyűrűben a prím és irreducibilis elemek kapcsolata (8.2.67 vége)
15. Bővített Euklideszi algoritmus Euklideszi gyűrűben (8.2.75)
16. Euklideszi gyűrűben a prímekek és felbonthatatlan kapcsolatára vonatkozó tétel (8.2.76)
17. Maradékös osztás tétele polinomokra (8.3.8)
18. Lagrange interpoláció és titokmegosztás (8.3.82 és 8.3.83)
19. Egy polinom osztói és deriváltját leíró tétel és az ide tartozó következmény (8.3.31 és 8.3.32)
20. Többszörös gyökökre és a deriváltra vonatkozó tétel és megjegyzés (8.3.34 és 8.3.35)
21. Hamming korlát (9.3.11)