

Egy tökéletes kocka előállítása

Gerőfi Balázs, Balázs Gábor
kedli@inf.elte.hu, bege@inf.elte.hu

2007. április 7.

Tartalomjegyzék

1. A téglatest előállítása	2
2. A kocka előállítása	2
2.1. A kocka felépítése	2
2.2. A színezés művelete	2
3. A tesztelés	3

1. A téglatest előállítása

Egy $4 \times 4 \times 16$ méretű tökéletes téglatestet állítunk elő. Ehhez vegyük a következő (tökéletes) tömböt:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

A téglatest 0. szintje legyen ez a mátrix. Az $i. (i \in [1..15])$ szintet az $i - 1.$ szintből generáljuk úgy, hogy eltoljuk azt balra $i \text{ div } 4$ -gyel (div az egész értékű osztás) és felfelé $i \text{ mod } 4$ -gyel. Így az összes lehetséges eltolást figyelembe vesszük. Az eltolás ciklikusan értendő, azaz a kieső elemek az ellentétes oldalon megjelennek.

2. A kocka előállítása

2.1. A kocka felépítése

A kocka mérete $256 \times 256 \times 256$. Ezt $64 \times 64 \times 16$ darab téglatestből építjük fel. Minden téglatest minden elemét megszorozzuk 4-gyel (ez a 8-as ábécére való áttérés miatt kell), majd feltöltjük vele az egész kockát. Ez után jön a színezés.

2.2. A színezés művelete

A színező kockák $2 \times 2 \times 2$ méretűek, és az elemeik a $\{0, 1, 2, 3\}$ halmazból kerülnek ki. Minden egyes téglatesthez külön színező kocka tartozik. Tehát a színező kockák és a téglatestek száma is 65536.

Az $(x, y, z), (z \in [0..15], y \in [0..63], x \in [0..63])$ pozícióon elhelyezkedő téglalaphoz tartozó színező kocka indexértéke $z * 64^2 + y * 64 + x$. Ebből a kockát úgy kapjuk, hogy ezt a számot megfeleltetjük egy 4-es számrendszerbeli 8 helyiértékkal rendelkező számnak, azaz egy színező kockának (a két felírás leíró értéke megegyezik, ugyanis $15 * 64^2 + 63 * 64 + 63 = 65535 = 4^8$). A kockában a helyiértékek laponként, szintfolytonosan követik egymást, tehát így:
 $(0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)$.

A színezés során minden egyes téglatestet felbontunk $2 \times 2 \times 2$ méretű cellákra, és ezekhez hozzáadjuk a téglalaphoz rendelt színező kockát. Mikor ez megtörtént, a nagy kockánk tökéletessé vált.

3. A tesztelés

A tesztelés független az előállítástól. A lényeg, hogy az adott tömb (téglalap vagy kocka) elemszáma megegyezzen a benne található kiskockák számával, és ezeknek a kiskockáknak különbözniük kell.

Minden lehetséges kiskockához rendeljünk egy indexértéket, ugyanazon a módon, mint az előbb a színező kockáknál. Használjunk egy akkora tömböt, mint a legnagyobb ilyen indexérték. Ez mutatja majd, hogy a megfelelő kiskocka szerepelt-e már vagy sem. Ezután már nincs más dolgunk, mint végigmenni az összes kiskockán (a test összes pozícióját bejárva), és a végén kiértékelni a statisztikát. Ha a test tökéletes, akkor minden kiskocka pontosan egyszer szerepelt benne.