

# Diszkrét matematika II. feladatok

2014 tavasz

## Testek, testbővítés

- Legyen  $f(x) = x^2 - 4x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$ . Az alábbi  $g(x)$  polinomok esetén mi lesz  $g(x) \bmod f(x)$ :
  - $g(x) = x^3 - 3$ ;
  - $g(x) = x + 3$ ;
  - $g(x) = x^4 + x^3 - x + 1$ ;
  - $g(x) = x^5 + x^2 + 1$ ;
  - $g(x) = x^6 + x^2 - 3$ ;
  - $g(x) = x^7 + x^3 + 3$ !
- Legyen  $f(x) = x^2 + 4x + 1 \in \mathbb{Z}_7[x]$ . Az alábbi  $g(x)$  polinomok esetén mi lesz  $g(x) \bmod f(x)$ :
  - $g(x) = x^3 + 2$ ;
  - $g(x) = x + 1$ ;
  - $g(x) = x^3 + x^2 + 4x + 2$ ;
  - $g(x) = 2x^4 + 4x^2 + 6$ ;
  - $g(x) = 3x^4 + 4x^2 + 3$ ;
  - $g(x) = 6x^4 + x^3 + 3$ !
- Legyen  $f(x) = x^2 + x + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$ . Az alábbi  $g(x)$  polinomok esetén mi lesz  $g(x) \bmod f(x)$ :
  - $g(x) = x^3 + 1$ ;
  - $g(x) = x + 1$ ;
  - $g(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ ;
  - $g(x) = x^4$ ;
  - $g(x) = x^4 + x^2 + 1$ ;
  - $g(x) = x^8 + x^3 + 1$ !
- Legyen  $\alpha \in \mathbb{C}$  az  $x^3 - 2x + 2 \in \mathbb{Q}[x]$  irreducibilis polinom egy gyöke. Írjuk fel az  $\{1, \alpha, \alpha^2\}$  bázisban a következő elemeket:
  - $\alpha^7$ ;
  - $\alpha^{-1}$ ;
  - $\alpha^4 + \alpha^{-2}$ ;
- Legyen  $\alpha \in \mathbb{C}$  az  $x^3 - 6x^2 + 9x + 3 \in \mathbb{Q}[x]$  irreducibilis polinom egy gyöke. Írjuk fel az  $\{1, \alpha, \alpha^2\}$  bázisban a következő elemeket:
  - $\alpha^5 - 2\alpha$ ;
  - $\alpha^{-1}$ ;
  - $\alpha^3 + \alpha^{-2}$ ;
  - $\frac{1}{1 + \alpha}$ ;
  - $\frac{\alpha^4 + \alpha^2 - \alpha + 1}{\alpha^6 - 7\alpha^3 + \alpha + 1}$ !
- Írja fel az  $\mathbb{F}_8$ , illetve  $\mathbb{F}_9$  művelet tábláit!
- Adja meg  $\mathbb{F}_8$ -ban, illetve  $\mathbb{F}_9$ -ben az elemek additív, illetve multiplikatív rendjét!
- Legyen  $\mathbb{F}_8 = \mathbb{Z}_2[x]/(x^3 + x + 1)$ . Mi lesz a következő elemek inverze:
  - $x + 1$ ;
  - $x^2$ ;
  - $x^2 + 1$ ;
  - $x^2 + x + 1$ ?
- Legyen  $\mathbb{F}_{25} = \mathbb{Z}_5[x]/(x^3 + x + 1)$ . Számolja ki a következő elemeket:
  - $(x + 4)^2$ ;
  - $x^4$ ;
  - $x^{16}$ ;
  - $x^{50}$ !
- Legyen  $\mathbb{F}_{27} = \mathbb{Z}_3[x]/(x^3 + 2x + 1)$ . Mi lesz a következő elemek inverze:
  - $x$ ;
  - $x + 2$ ;
  - $x^2 + x$ ;
  - $x^2 + 2x + 21$ ?
- Legyen  $\mathbb{F}_9 = \mathbb{Z}_3[x]/(x^2 + 1)$ . Mik lesznek a  $z^2 + 1 \in \mathbb{F}_9[z]$  polinom gyökei?
- Legyen  $\mathbb{F}_{25} = \mathbb{Z}_5[x]/(x^2 + x + 1)$ . Mik lesznek a  $z^2 + z + 1 \in \mathbb{F}_{25}[z]$  polinom gyökei?
- Adja meg a  $z^2 + z + 2 \in \mathbb{F}_9[z]$  polinom gyöktényezős felbontását!
- Legyen  $\mathbb{F}_8 = \mathbb{Z}_2/(x^3 + x^2 + 1)$ . Hányszoros gyöke az  $x + 1 \in \mathbb{F}_8$  az  $f(z) = (x^2 + x)z^5 + (x + 1)z^4 + (x^2 + x + 1)z^2 \in \mathbb{F}_8[z]$  polinomnak?