

Diszkrét matematika II. feladatok

2014 tavasz

Kódok

1. Az adott bináris kódokról döntse el, hogy melyik felbontható, prefix, vesszős, illetve egyenletes! Rajzolja fel a kódját is:

- a) $\{0, 10, 110, 1110, 1011, 1101\}$; b) $\{1, 011, 010, 001, 000, 110\}$;
c) $\{0, 10, 110, 1110, 11110, 111110\}$; d) $\{111, 110, 101, 100, 011, 010\}$.

2. Az alábbi kódokról döntse el melyik felbontható:

- a) $\{1021, 121, 2021, 021, 221, 1121, 0121, 0221\}$; b) $\{01, 02, 10, 11, 12, 20, 21, 22\}$.

3. Tekintsük az alábbi bináris kódolást:

$$00 \mapsto 00000, \quad 01 \mapsto 11011, \quad 10 \mapsto 10101, \quad 11 \mapsto 01110.$$

- a) Mekkora a 01110 és az 10101 kódszavak távolsága?
b) Mekkora a kód távolsága?
c) Mutasd meg, hogy a kód lineáris!
d) Mennyi az 11011 kódszó súlya?
e) Mennyi a kód súlya?
f) Add meg a 00000 kódszóhoz legfeljebb 1 távolságra levő \mathbb{Z}_2^5 -beli szavak halmazát!
g) A 01000 szót mire dekódoljuk minimális távolságú dekódolással?
4. Az alábbi bináris kódok esetében állapítsd meg a kód távolságát, hibajelző és hibajavító képességét, hogy lineáris-e, valamint a lineárisoknál add meg a szokásos bázisban a generátormátrixot és egy ellenőrző-mátrixot:
- a) $(c_1, c_2, c_3) \mapsto (c_1, c_2, c_3, c_1 + c_2 + c_3 + 1)$; b) $(c_1, c_2, c_3) \mapsto (c_1, c_2, c_3, c_1, c_2 + c_3)$;
c) $(c_1, c_2, c_3) \mapsto (c_1, c_2, c_3, c_1, 1 - c_2c_3)$. d) $(c_1, c_2, c_3) \mapsto (c_1c_2, c_2c_3, c_1c_3, c_1c_2c_3)$.
5. Egy $\{0, 1, 2\}$ kódábécéjű \mathbb{F}_3 feletti lineáris kód generátormátrixa:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Adja meg a kódszavakat, valamint a d minimális távolságot!

6. Egy lineáris bináris kód paritásellenőrző mátrixa $H = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$. Adja meg a kód n , k , d paramétereinek értékét!
7. Adott bináris kód generátormátrixai:

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad G_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad G_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad G_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Mennyi a kód számossága? Add meg a kód ellenőrző mátrixát és a távolságát!

8. Egy lineáris bináris kód generátormátrixa:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Adja meg a kódszavakat, valamint a szindrómadekódolási táblázatot!

9. Egy lineáris bináris kód paritásellenőrző mátrixa:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Adja meg a szindrómadekódolási táblázatot!

10. Egy $\mathbb{F}_4 \cong \mathbb{Z}_2[x]/(x^2 + x + 1)$ feletti lineáris kódok generátormátrixai:

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ x & 1 \\ x & x \end{pmatrix}; \quad G_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ x & x+1 \\ x+1 & x+1 \end{pmatrix}; \quad G_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ x+1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Adja meg a kódszavakat, valamint a szindrómadekódolási táblázatot!

11. Képezzük az $n = 7$ hosszú CRC kódot $g(x) = x^3 + x^2 + 1$ generátorpolinommal. Mi lesz a következő üzenetek kódja:

a) 0001 b) 0011 c) 0111 d) 1000 e) 1011 f) 1110 g) 1111?

12. Képezzük az $n = 7$ hosszú CRC kódot $g(x)$ generátorpolinommal:

a) $g(x) = x^3 + x + 1$; b) $g(x) = x + 1$; c) $g(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.

Adja meg a kódszavak halmazát, a minimális távolságot és a paritásellenőrző polinomot!

13. Képezzük a CRC kódot az alábbi $g(x)$ polinomokkal:

a) $g(x) = x^5 + x^4 + x^2 + 1$; b) $g(x) = x^5 + x^3 + x + 1$; c) $g(x) = x^4 + x + 1$;

Jelez-e hibát a detektor, ha a vett szó 0000 0001 0011 1011, ahol a jobb oldali bit a nulla helyiértékű?

14. Határozzuk meg a Huffman-kódot, ha a gyakoriságok

a) 12, 45, 27, 51, 11, 1, 21, 47, 23, 8, 91; b) 1, 21, 41, 53, 27, 82, 31, 49, 58, 41, 121.

15. Adott eloszlásokhoz határozzuk meg a Huffman-kódot a négyelemű ábécé fölött. Hasonlítsuk össze az átlagos kódhosszat az entrópiával!

a) 0,2; 0,2; 0,19; 0,12; 0,11; 0,09; 0,09; b) 0,4; 0,2; 0,2; 0,1; 0,1;
c) 0,34; 0,18; 0,17; 0,16; 0,15; d) 0,6; 0,1; 0,09; 0,08; 0,07; 0,06.