

## Definíciók, tételkimondások

- Mondjon legalább három példát predikátumra.
- Sorolja fel a logikai jeleket.
- Milyen kvantorokat ismer? Mi a jelük?
- Hogyan kapjuk a logikai formulákat?
- Mikor van egy változó egy kvantor hatáskörében?
- Mik a nyitott és mik a zárt formulák?
- Mondjon két példát nyitott formulára.
- Mondjon egy példát zárt formulára.
- Definiálja a részhalmaz és a valódi részhalmaz fogalmát és adja meg jelöléseiket.
- Milyen tulajdonságokkal rendelkezik a „részhalmaz” fogalom?
- Milyen tulajdonságokkal rendelkezik a halmazok egyenlősége?
- Írja le a részhalmaz fogalmát. Milyen jelölést használunk részhalmazok megadására?
- Írja le az üres halmaz fogalmát.
- Igaz-e, hogy csak egy üres halmaz van?
- Írja le két halmaz unióját és a megfelelő jelöléseket.
- Írja le halmazrendszer unióját és a megfelelő jelöléseket.
- Fogalmazza meg a halmazok uniójának alaptulajdonságait.
- Definiálja halmazrendszer és két halmaz metszetét, és adja meg a jelöléseket.
- Definiálja a diszjunktság és páronként diszjunktság fogalmát.
- Fogalmazza meg a halmazok metszetének alaptulajdonságait.
- Fogalmazza meg az unió és a metszet disztributivitását.
- Definiálja halmazok különbségét, szimmetrikus differenciáját és komplementerét.
- Fogalmazza meg a halmazok komplementerének alaptulajdonságait.
- Írja le a hatványhalmaz fogalmát. Milyen jelölések kapcsolódnak hozzá?
- Definiálja a rendezett pár fogalmát és koordinátáit.
- Definiálja két halmaz Descartes-szorzatát.
- Definiálja a binér reláció fogalmát és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
- Adjon három példát binér relációra.
- Mit jelent az, hogy  $R$  reláció  $X$  és  $Y$  között? Mit jelent az, hogy  $R$  egy  $X$ -beli reláció?
- Definiálja binér reláció értelmezési tartományát és értékkészletét, és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
- Definiálja binér reláció kiterjesztését, leszűkítését és leszűkítését egy halmazra és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.

- Definiálja egy binér reláció inverzét és sorolja fel az inverz három egyszerű tulajdonságát.
- Definiálja halmaz képét és inverz képét binér relációnál és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
- Definiálja binér relációk kompozícióját. Lehet-e a kompozíció üres?
- Fogalmazzon meg két, binér relációk kompozíciójára vonatkozó állítást.
- Mit jelent az, hogy egy reláció tranzitív, szimmetrikus, illetve dichotóm? Ezek közül mi az, ami csak a reláción múlik?
- Mit jelent az, hogy egy reláció antiszimmetrikus, illetve trichotóm? Ezek közül mi az, ami csak a reláción múlik?
- Mit jelent az, hogy egy reláció szigorúan antiszimmetrikus, reflexív illetve irreflexív? Ezek közül mi az, ami csak a reláción múlik?
- Definiálja az ekvivalenciareláció, illetve az osztályozás fogalmát.
- Mi a kapcsolat az ekvivalenciarelációk és az osztályozások között?
- Definiálja a részbenrendezés és a részbenrendezett halmaz fogalmát. Mit mondhatunk egy részbenrendezett halmaz egy részhalmazáról?
- Definiálja a rendezés, a rendezett halmaz és a lánc fogalmát.
- Mondjon példát részbenrendezett de nem rendezett halmazra.
- Definiálja egy relációnak megfelelő szigorú illetve gyenge reláció fogalmát.
- Definiálja a szigorú részbenrendezést és fogalmazza meg kapcsolatát a részbenrendezéssel.
- Mi az hogy kisebb, nagyobb, megelőzi, követi? Adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
- Definiálja az intervallumokat és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
- Mi az hogy közvetlenül követi illetve közvetlenül megelőzi?
- Definiálja a kezdőszelet fogalmát és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
- Definiálja a legkisebb és a legnagyobb elem fogalmát.
- Definiálja a minimális és a maximális elem fogalmát és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
- Adjon meg olyan részbenrendezett halmazt, amelyben több minimális elem van.
- Adjon meg olyan részbenrendezett halmazt, amelyben nincs maximális elem.
- Igaz-e, hogy rendezett halmazban a legkisebb és a minimális elem fogalma egybeesik?
- Definiálja az alsó és a felső korlát fogalmát.
- Igaz-e, hogy ha egy részbenrendezett halmaz egy részhalmaza tartalmaz a részhalmaz alsó korlátjai közül elemeket, akkor csak egyet?
- Definiálja az alsó és a felső határ tulajdonságot.
- Igaz-e, hogy ha egy részbenrendezett halmaz egy részhalmaza tartalmazza a részhalmaz egy alsó korlátját, akkor az a részhalmaznak minimális eleme?

- Definiálja az infimum és a szuprémum fogalmát.
- Definiálja a jólrendezés és a jólrendezett halmaz fogalmát.
- Adjon meg olyan rendezett halmazt, amely nem jólrendezett.
- Adjon példát jólrendezett halmazra.
- Definiálja a függvény fogalmát. Ismertesse a kapcsolódó jelöléseket.
- Mi a különbség a között, hogy  $f \in X \rightarrow Y$  és hogy  $f : X \rightarrow Y$ ?
- Mikor nevezünk egy függvényt kölcsönösen egyértelműnek?
- Igaz-e, hogy az identikus leképezés mindig szürjektív?
- Definiálja a permutáció fogalmát.
- Igaz-e, hogy két függvény összetétele függvény?
- Mikor állíthatjuk hogy két függvény összetétele injektív, szürjektív illetve bijektív?
- Mi a kapcsolat függvények és ekvivalenciarelációk között?
- Mikor nevezünk egy függvényt monoton növekedőnek illetve monoton csökkenőnek?
- Mikor nevezünk egy függvényt szigorúan monoton növekedőnek illetve szigorúan monoton csökkenőnek?
- Mi a kapcsolat a szigorúan monoton növekedő függvények és a kölcsönösen egyértelmű függvények között?
- Mit állíthatunk a monoton növekedő függvények inverz függvényéről?
- Mit értünk indexhalmaz, indexelt halmaz és indexelt család alatt?
- Definiálja indexelt halmazcsaládok unióját és metszetét.
- Fogalmazza meg az indexelt halmazcsaládokra vonatkozó De Morgan-szabályokat.
- Definiálja a (nem feltétlenül binér) reláció fogalmát és a kapcsolódó jelöléseket.
- Definiálja tetszőleges indexelt halmazcsalád Descartes-szorzatát és ismeresse a kapcsolódó jelöléseket.
- Definiálja a binér, unér és nullér művelet fogalmát és ismeresse a kapcsolódó jelöléseket.
- Adjon meg egy binér és egy unér műveletet táblázattal.
- Hogyan definiálunk műveleteket függvények között?
- Adjon példát műveletekre függvények között.
- Definiálja a művelettartó leképezés fogalmát.
- Adjon példát művelettartó leképezésre.
- Fogalmazza meg a rekurziótételt.
- Definiálja a karakterisztikus függvény fogalmát és ismeresse a kapcsolódó jelöléseket.
- Definiálja a baloldali semleges elem, a jobboldali semleges elem és a semleges elem fogalmát.

- Definiálja a félcsoport, a balinverz, a jobbinverz és az inverz fogalmát és ismertesse a kapcsolódó jelöléseket.
- Igaz-e, hogy egy egységelemes multiplikatív félcsoportban ha  $h$ -nak és  $g$ -nek van inverze, akkor  $hg$ -nek is, és ha igen, mi?
- Definiálja a csoport és az Abel-csoport fogalmát.
- Igaz-e, hogy ha  $X$  tetszőleges halmaz, akkor  $(\varnothing(X), \cap)$  egy egységelemes félcsoport?
- Igaz-e, hogy ha  $X$  tetszőleges halmaz, akkor  $(\varnothing(X), \cup)$  egy csoport?
- Igaz-e, hogy ha  $X$  tetszőleges halmaz, akkor  $(\varnothing(X), \Delta)$  egy félcsoport?
- Igaz-e, hogy ha  $X$  tetszőleges halmaz, akkor az  $X$ -beli binér relációk a kompozícióval egységelemes félcsoportot alkotnak?
- Igaz-e, hogy ha  $X$  tetszőleges halmaz, akkor az  $X$ -et  $X$ -re képező bijektív leképezések a kompozícióval, mint művelettel csoportot alkotnak?
- Fogalmazza meg a természetes számokra a  $\leq$  reláció és a műveletek kapcsolatát leíró tételt.
- Definiálja a véges sorozatokat.
- Fogalmazza meg az általános rekurziótételt.
- Hogyan használható az általános rekurziótétel a Fibonacci-számok definiálására?
- Definiálja véges sok elem szorzatát félcsoportban és egységelemes félcsoportban.
- Fogalmazza meg a hatványozás két tulajdonságát félcsoportban és egységelemes félcsoportban.
- Fogalmazza meg a hatványozásnak azt a tulajdonságát, amely csak felcserélhető elemekre érvényes.
- Hogyan értelmeztük a  $\sum_{a \in A} x_a$  jelölést?
- (kicsit átfogalmazott kérdés) Mit értünk azon, hogy az összeadás és a szorzás kompatibilis a maradékosztályozással?
- Definiálja a nullgyűrű és a zérógyűrű fogalmát.
- Definiálja a bal és jobb oldali nullosztó és a nullosztópár fogalmát.
- Definiálja az integritási tartomány fogalmát.
- Definiálja a rendezett integritási tartomány fogalmát.
- Fogalmazzon meg szükséges és elégséges feltételt arra vonatkozóan, hogy egy integritási tartomány rendezett integritási tartomány legyen.
- Fogalmazza meg a rendezett integritási tartományban az egyenlőtlenségekkel való számolás szabályait leíró tételt.
- Definiálja a test fogalmát és adjon három példát testre.
- Definiálja a rendezett test fogalmát és adjon példát olyan testre, amely nem tehető rendezett testté.
- Fogalmazza meg az arkhimédeszi tulajdonságot.
- Mi a kapcsolata az arkhimédeszi tulajdonságnak a felső határ tulajdonsággal?

- Fogalmazza meg a racionális számok felső határ tulajdonságára és az arkhimédeszi tulajdonságára vonatkozó tételt.
- Fogalmazza meg a valós számok egyértelműségét leíró tételt.
- Definiálja a bővített valós számokat.
- Fogalmazza meg a valós számok létezését leíró tételt.
- Fogalmazza meg a valós számok körében a gyökvonásra vonatkozó tételt.
- Fogalmazza meg a valós számok körében a szorzat gyökére vonatkozó állítást.
- Definiálja a komplex számok halmazát a műveletekkel.
- Adja meg  $\mathbb{R}$  beágyazását  $\mathbb{C}$ -be.
- Definiálja  $i$ -t, komplex szám valós és képzetes részét, konjugáltját és a képzetes számok fogalmát.
- Fogalmazza meg a komplex konjugálás tulajdonságait.
- Definiálja komplex szám abszolút értékét. Milyen tételt használt?
- Fogalmazza meg komplex számok abszolút értékének tulajdonságait.
- Definiálja komplex számokra a  $\operatorname{sgn}$  függvényt és fogalmazza meg tulajdonságait.
- Definiálja komplex számok trigonometrikus alakját és argumentumát.
- Írja fel két komplex szám szorzatát és hányadosát trigonometrikus alakjuk segítségével.
- Ha  $n \in \mathbb{N}^+$  és  $w \in \mathbb{C}$ , írja fel a  $z^n = w$  egyenlet összes megoldását.
- Írja fel az  $n$ -edik komplex egységgyököket. Mit értünk primitív  $n$ -edik egységgyök alatt?
- Ha  $n \in \mathbb{N}^+$  és  $w \in \mathbb{C}$ , írja fel a  $z^n = w$  egyenlet összes megoldását az  $n$ -edik egységgyökök segítségével.
- Fogalmazza meg az algebra alaptételét.
- Definiálja halmazok ekvivalenciáját és sorolja fel tulajdonságait.
- Ha az  $X$  és  $X'$  illetve  $Y$  és  $Y'$  halmazok ekvivalensek, milyen más halmazok ekvivalenciájára következtethetünk még ebből?
- Definiálja a véges és a végtelen halmazok fogalmát.
- Definiálja egy véges halmaz elemeinek számát. Hogyan jelöljük? Mit használt fel a definícióhoz?
- Fogalmazza meg a véges halmazok és elemszámuk tulajdonságait leíró tételt.
- Fogalmazza meg a skatulyaelvet.
- Mit mondhatunk véges halmazban minimális és maximális elem létezéséről?
- Mit mondhatunk egy véges halmaz összes permutációinak számáról?
- Mit értünk egy véges halmaz variációin és mit mondhatunk az összes variációk számáról?

- Definiálja az ismétléses variációk fogalmát. Mit mondhatunk egy véges halmaz összes ismétléses variációinak számáról?
- Mit értünk egy véges halmaz kombinációin és mit mondhatunk az összes kombinációk számáról?
- Mit értünk egy véges halmaz ismétléses kombinációin és mit mondhatunk az összes ismétléses kombinációk számáról?
- Mit értünk egy véges halmaz ismétléses permutációin és mit mondhatunk az összes ismétléses permutációk számáról?
- Fogalmazza meg a binomiális tételt.
- Írja fel a Pascal-háromszög első 8 sorát.
- Fogalmazza meg a polinomiális tételt.
- Fogalmazza meg a logikai szita formulát.
- Definiálja a természetes számok körében az oszthatóságot és adja meg a jelölését.
- Sorolja fel a természetes számok körében az oszthatóság alaptulajdonságait.
- Definiálja a természetes számok körében a prímszám és a törzsszám fogalmát. Mi a kapcsolat a két fogalom között?
- Definiálja egységelemes integritási tartományban az oszthatóságot és adja meg a jelölését.
- Sorolja fel egységelemes integritási tartományban az oszthatóság alaptulajdonságait.
- Definiálja az asszociáltak fogalmát és sorolja fel ennek a kapcsolatnak a tulajdonságait.
- Definiálja az egységek fogalmát és sorolja fel az egységek halmazának tulajdonságait.
- Mi a kapcsolat az egységek és az asszociáltak között?
- Mi a kapcsolat a természetes számok és az egész számok körében vett oszthatóság között?
- Definiálja egységelemes integritási tartományban a prímelem és az irreducibilis elem fogalmát. Mi a kapcsolat a két fogalom között?
- Mit értünk egységelemes integritási tartományban legnagyobb közös osztó alatt?
- Mikor mondjuk egységelemes integritási tartomány elemeire, hogy relatív prímek?
- Mit értünk egységelemes integritási tartományban legkisebb közös többszörös alatt?
- Egyértelmű-e az egész számok körében a legnagyobb közös osztó? Ismertesse a kapcsolódó jelölést.
- Egyértelmű-e az egész számok körében a legkisebb közös többszörös? Ismertesse a kapcsolódó jelölést.
- Ismertesse a bővített euklideszi algoritmust.

- Mely tétel alapján számolhatjuk ki véges sok egész szám legnagyobb közös osztóját prímfelbontás nélkül?
- Fogalmazza meg a számelmélet alaptételét.
- Ismertesse Erathoszthenész szitáját.
- Definiálja egész számok kongruenciáját és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
- Fogalmazza meg az egész számok kongruenciájának egyszerű tulajdonságait.
- Definiálja a maradékosztály, redukált maradékosztály, teljes és redukált maradékrendszer fogalmát.
- Definiálja  $\mathbb{Z}_m$ -et. Milyen algebrai struktúra  $\mathbb{Z}_m$  az összeadással és szorzással?
- Ismertesse a kettes komplement ábrázolást.
- Fogalmazza meg a  $(\mathbb{Z}_m, +, \cdot)$  gyűrű tulajdonságait leíró tételt.
- Ismertesse a diszkrét logaritmus problémát.
- Ismertesse a Diffie–Hellmann–Merkle kulcscserét.
- Definiálja az Euler-féle  $\varphi$  függvényt.
- Mit mondhatunk az  $aa_i + b$  számokról, ha  $a_i$  egy maradékrendszer, illetve egy redukált maradékrendszer elemeit futja be?
- Fogalmazza meg az Euler–Fermat-tételt.
- Fogalmazza meg a Fermat-tételt.
- Mit értünk diofantikus problémán?
- Mondjon két példát diofantikus problémára.
- Fogalmazza meg a kínai maradéktételt.

## Bizonyítások

- Fogalmazza meg a halmazok uniójának kommutativitását, asszociativitását és idempotenciáját és bizonyítsa be.
- Fogalmazza meg a halmazok metszetének kommutativitását, asszociativitását és idempotenciáját és bizonyítsa be.
- Fogalmazza meg és bizonyítsa be az unió és a metszet disztributivitását.
- Fogalmazza meg és bizonyítsa be a De Morgan azonosságokat két halmazra.
- Bizonyítsa be, hogy binér relációk kompozíciója asszociatív.
- Fogalmazza meg a két binér reláció kompozíciójának inverzére vonatkozó állítást és bizonyítsa be.
- Fogalmazza meg az ekvivalenciareláció és az osztályozás kapcsolatát és bizonyítsa be.
- Fogalmazza meg a szigorú részbenrendezés kapcsolatát a részbenrendezéssel és bizonyítsa be állítását.
- Mi a kapcsolat a szigorúan monoton növekedő függvények és a kölcsönösen egyértelmű függvények között? A megfogalmazott állítást bizonyítsa be.

- Mit állíthatunk a monoton növekedő függvények inverz függvényéről? A megfogalmazott állítást bizonyítsa be.
- Fogalmazza meg az indexelt halmazcsaládokra vonatkozó De Morgan-szabályokat és bizonyítsa be őket.
- Bizonyítsa be, hogy a természetes számok halmaza a  $\leq$  relációval jólrendezett. Azt, hogy rendezett, nem kell bizonyítania.
- Fogalmazza meg szükséges és elégséges feltételt arra vonatkozóan, hogy egy integritási tartomány rendezett integritási tartomány legyen, és bizonyítsa be az állítást.
- Fogalmazza meg a rendezett integritási tartományban az egyenlőtlenségekkel való számolás szabályait leíró tételt és bizonyítsa be.
- Van-e olyan racionális szám, amelynek a négyzete 2? Bizonyítsa be állítását.
- Fogalmazza meg az arkhimédieszi tulajdonságot. Mi a kapcsolata a felső határ tulajdonsággal? Bizonyítsa be állítását.
- 
- Definiálja a komplex számok halmazát a műveletekkel és bizonyítsa be, hogy test.
- Fogalmazza meg komplex számok abszolút értékének tulajdonságait és bizonyítsa be.
- Bizonyítsa be, hogy egyetlen  $n \in \mathbb{N}$ -re sem létezik ekvivalencia  $\{1, 2, \dots, n\}$  és egy valódi részhalmaza között.
- Fogalmazza meg a véges halmazok és elemszámuk tulajdonságait leíró tételt és bizonyítsa be.
- Fogalmazza meg a skatulyaelvet és bizonyítsa be.
- Mit mondhatunk véges halmazban minimális és maximális elem létezéséről? Bizonyítsa be állítását.
- Mit mondhatunk egy véges halmaz összes permutációinak számáról? Bizonyítsa be állítását.
- Mit értünk egy véges halmaz variációin és mit mondhatunk az összes variációk számáról? Bizonyítsa be állítását.
- Mit értünk egy véges halmaz kombinációin és mit mondhatunk az összes kombinációk számáról? Bizonyítsa be állítását.
- Mit értünk egy véges halmaz ismétléses kombinációin és mit mondhatunk az összes ismétléses kombinációk számáról? Bizonyítsa be állítását.
- Mit értünk egy véges halmaz ismétléses permutációin és mit mondhatunk az összes ismétléses permutációk számáról? Bizonyítsa be állítását.
- Fogalmazza meg a binomiális tételt és bizonyítsa be.
- Fogalmazza meg a polinomiális tételt és bizonyítsa be.
- Fogalmazza meg a logikai szita formulát és bizonyítsa be.
- Sorolja fel a természetes számok körében az oszthatóság alaptulajdonságait és bizonyítsa be ezeket.
- Sorolja fel egységelemes integritási tartományban az oszthatóság alaptulajdonságait és bizonyítsa be ezeket.



- Ismertesse a bővített euklideszi algoritmust. Bizonyítsa be, hogy működik.
- Mi a kapcsolat  $\mathbb{Z}$ -ben a prímelemek és az irreducibilis elemek között? Bizonyítsa állítását.
- Fogalmazza meg és bizonyítsa be a számelmélet alaptételét.
- Fogalmazza meg Eukleidész tételét, és bizonyítsa be.
- Bizonyítsa be az egész számok kongruenciáról, hogy ekvivalenciareláció, illetve, hogy kompatibilis a műveletekkel.
- Fogalmazza meg a  $\mathbb{Z}_m$  gyűrű tulajdonságait leíró tételt és bizonyítsa be.
- Mit mondhatunk az  $aa_i + b$  számokról, ha  $a_i$  egy teljes maradékrendszer, illetve az  $aa_i + b$  számokról, ha  $a_i$  egy redukált maradékrendszer elemeit futja be? Bizonyítsa be állítását. Mit kell feltenni az  $a$  számról?
- Fogalmazza meg és bizonyítsa be az Euler–Fermat tételt.
- Fogalmazza meg és bizonyítsa be a Fermat-tételt.
- Ismertesse a lineáris kongruenciák megoldásának módszerét részletes indoklással.
- Fogalmazza meg és bizonyítsa be a kínai maradéktételt.