

# Diszkrét matematika I. feladatok

Kilencedik alkalom (2013.11.11.-15.)

- Pozitív egészeket tekintve, jelölje  $P(x)$ ,  $E(x)$ ,  $O(x)$ , illetve  $D(x, y)$  rendre azt, hogy  $x$  prím, páros, páratlan, illetve hogy  $x$  osztója  $y$ -nak. Fordítsuk le magyar nyelvre az alábbi formulákat. Állapítsuk meg, hogy igaz-e az állítás. Tagadjuk a formulákat formálisan. Tagadjuk a formulákat köznyelviileg. Állapítsuk meg, hogy igaz-e az állítás tagadása.
  - $P(7)$ ;
  - $(E(2) \wedge P(2))$ ;
  - $(\forall x(D(2, x) \Rightarrow E(x)))$ ;
  - $(\exists x(E(x) \wedge D(x, 6)))$ ;
  - $(\forall x(\neg E(x) \Rightarrow \neg D(2, x)))$ ;
  - $(\forall x(E(x) \Rightarrow (\forall y(D(x, y) \Rightarrow E(y))))$ ;
  - $(\forall x(P(x) \Rightarrow (\exists y(E(y) \wedge D(x, y))))$ ;
  - $(\forall x(O(x) \Rightarrow (\forall y(P(y) \Rightarrow \neg D(x, y))))$ ;
  - $((\exists x(E(x) \wedge P(x))) \wedge (\neg(\exists x(E(x) \wedge P(x) \wedge (\exists y(\neg x = y \wedge E(y) \wedge P(y))))))$ .
- Jelölje  $N()$ ,  $E()$ ,  $H()$ , illetve  $B()$  azt, hogy ma süt a nap, ma esik az eső, ma havazik, illetve hogy tegnap borult volt az ég. Fordítsuk le magyar nyelvre (az üres zárójlek nincsenek kiírva):
  - $(N \Rightarrow \neg(E \wedge H))$ ;
  - $(B \iff N)$ ;
  - $(B \wedge (N \vee E))$ ;
  - $(N \iff ((E \wedge \neg H) \vee B))$ ;
  - $((N \iff E) \wedge (\neg H \vee B))$ ;
- Az embereket tekintve, jelölje  $J(x)$ ,  $B(x)$ ,  $U(x)$ ,  $I(x)$ ,  $E(x)$ ,  $P(x)$ ,  $K(x)$ ,  $N(x)$ ,  $H(x, y)$ , illetve  $T(x, y)$  rendre azt, hogy  $x$  jogász, bíró, ügyeskedő, idős, életerős, politikus, képviselő, nő, illetve hogy  $x$  házastársa  $y$ -nak, valamint hogy  $x$  tiszteli  $y$ -t. Formalizáljuk az alábbi állításokat:
  - minden bíró jogász;
  - vannak ügyeskedő jogászok;
  - nincs ügyeskedő bíró;
  - bizonyos bírók idősek, de életerősek;
  - $d$  bíró sem nem idős, sem nem életerős;
  - a bírók kivételével minden jogász ügyeskedő;
  - néhány jogász, aki politikus, képviselő is;
  - egyetlen képviselő felesége sem idős;
  - minden idős képviselő jogász;
  - van olyan nő, aki jogász és képviselő;
  - minden olyan nő, aki jogász, tisztel néhány bírót;
  - bizonyos jogászok csak bírókat tisztelnek;
  - van olyan bíró, aki tisztel néhány nőt;
  - bizonyos ügyeskedők egyetlen jogászt sem tisztelnek;
  - $d$  bíró egyetlen ügyeskedőt sem tisztel;
  - vannak jogászok és ügyeskedők is, akik tisztelik  $d$  bírót;
  - csak bírók tisztelnek bírókat;
  - minden bíró csak bírókat tisztel;
  - minden nős képviselő életerős;
  - azok a jogászok, akiknek életerős feleségük van, mind képviselők.
- Az embereket tekintve, jelölje  $N(x)$  illetve  $G(x, y)$  azt, hogy  $x$  nő illetve  $x$  gyereke  $y$ -nak. Defináljuk formulával az alábbi kapcsolatokat:  $x$  az  $y$ -nak fia, lánya, szülője, apja, anyja, unokája, nagyszülője, nagyapja, nagyanyja, apai nagyapja, anyai nagyapja, apai nagyanyja, anyai nagyanyja, testvére, fivére, nővére, féltestvére, unokatestvére, nagybátyja, nagynénje, unokaöccse, unokahúga.

5. Bevezetve a  $H(x, y)$  predikátumot arra, hogy  $x, y$  házastársak, definiáljuk formulával az alábbi kapcsolatokat:  $x$  az  $y$ -nak férje, felesége, sógora, sógornője, apósa, anyósa, veje, menyee.
6. Formalizáljuk az alábbi állításokat:
- Márta nem szóke;
  - nem igaz, hogy Mátyás nem elég virtuóz;
  - esik az eső, de meleg van, bár a nap is elbújt, és az idő is későre jár;
  - Éva vagy Pisti ott volt;
  - ha a hegy nem megy Mohamedhez, Mohamed megy a hegyhez;
  - elmegyünk kirándulni, ha nem esik az eső, és a szél sem fúj;
  - kizárt, hogy se matekból, se fizikából ne menjek át előre;
  - ha a szemtanú megbízható, és az ujjlenyomat a tettetéstől származik, akkor téved az írásszakértő;
  - szivárvány csak akkor van, ha esik az eső, a Nap is süt, de nincs dél;
  - minden ajtón van kilincs;
  - nem mind molnár, ki szekercét fog hóna alá;
  - ki nem szólt csak bégetett, az kapott dicséretet;
  - mindíg fázom, ha fúj a szél.
7. Egy táncmulatságon fiúk és lányok táncsolnak. Jelölje  $T(L, F)$ , hogy az  $L$  lány táncolt az  $F$  fiúval. Formalizáljuk pontosan az alábbi „gyorsírással” felírt formulákat. Döntsük el, hogy melyik következik a másikkól. (Egy formulából következik egy másik formula, ha valahányszor az egyik igaz, a másik is.)
- $$\begin{array}{lll} \exists L \forall F T(L, F), & \forall F \exists L T(L, F), & \exists F \forall L T(L, F), \\ \forall L \exists F T(L, F), & \forall L \forall F T(L, F), & \exists L \exists F T(L, F); \end{array}$$
  - $$\neg \exists L \exists F T(L, F), \quad \forall F \exists L \neg T(L, F), \quad \forall L \exists F \neg T(L, F), \quad \forall L \forall F \neg T(L, F)$$

## Szorgalmi feladatok

8. Egy szigeten csak lovagok és lóköttők élnek. A lovagok mindig igazat mondanak, a lóköttők mindig hazudnak. Egy turista odautazik, és két helybélivel ( $X$  és  $Y$ ) találkozik. Melyik típusba tartozik  $X$  és  $Y$ , ha a következőket halljuk?
- $X$ : Kettő meg kettő az öt.  $Y$ :  $X$  hülyeségeket beszél.
  - $X$ : Mindketten lóköttők vagyunk.  $Y$ : Tegnap moziban voltam.
  - $X$ : Egyforma típusúak vagyunk.  $Y$ : Különböző típusúak vagyunk.
9. Egy matematikus bemegy a kocsmába, beszélget a csapossal, és megtudja, hogy annak 3 gyereke van. Megkérdezi, hány évesek, és ezután a következő párbeszéd zajlik le köztük:
- Csapos: Az életkoruk szorzata: [megmondja neki, de mi nem halljuk, akkora a zaj a kocsmában; annyit később megtudtunk, hogy 40-nél kisebb szám volt].
- Vendég: Ebből még nem tudom megmondani!
- Csapos: Az életkoruk összege pedig a kocsmá házszáma.
- Vendég [kimegy, megnézi a házszámot]: Ebből még mindig nem lehet kitalálni!
- Csapos: A kicsi szóke.
- Vendég: Na, most már tudom!
- Hány évesek a gyerekek?