

# Diszkrét matematika I. feladatok

Ötödik alkalom (2013.10.7.-11.)

1. Számoljuk ki  $\varphi(n)$  értékét  $n = 1, 2, 3, 4, 10, 24, 96, 100$  esetén!
2. Bizonyítsuk be, hogy
  - a)  $n^6 - 1$  osztható 7-tel, ha  $(n; 7) = 1$ ;
  - b)  $n^{12} - 1$  osztható 7-tel, ha  $(n; 7) = 1$ ;
  - c)  $n^{6k} - 1$  osztható 7-tel, ha  $(n; 7) = 1$ .
3. Bizonyítsuk be, hogy bármely egész  $x$ -re  $x^7 \equiv x \pmod{42}$ .
4. Határozzuk meg  $3^{1003}$  utolsó három számjegyét.
5. Állapítsuk meg, hogy  $173^{163}$  milyen maradékot ad 17-tel osztva.
6. Határozzuk meg (a tízes számrendszerben felírt)  $143^{143}$  utolsó három jegyét hármas alapú számrendszerben.
7. Milyen maradékot ad 103-mal osztva a következő szám:  $205^{206^{207}}$ ?
8. Határozzuk meg a  $37^{39^{42}}$  szám utolsó két számjegyét.
9. Mi lesz  $17^{3^{2013}}$  utolsó két számjegye nyolcas szárendszerben?
10. Mi a  $11^{2013^{26}}$  utolsó két jegye 10-es számrendszerben?
11. Mi a legkisebb nemnegatív maradéka
  - a)  $323^{149}$ -nek a 63-mal;
  - b)  $423^{173}$ -nak az 52-vel;
  - c)  $495^{173}$ -nak a 98-cal;
  - d)  $457^{101}$ -nek a 90-nel.való osztáskor?
12. Bizonyítsuk be, hogy  $n^{13} - n$  minden  $n$  egészre osztható a 2, 3, 5, 7 és 13 számokkal.
13. Oldjuk meg az alábbi kongruenciákat az Euler-Fermat tétel segítségével:
  - a)  $21x \equiv 14 \pmod{35}$ ;
  - b)  $172x \equiv 6 \pmod{62}$ ;
  - c)  $3x \equiv 8 \pmod{13}$ ;
  - d)  $12x \equiv 9 \pmod{18}$
14. Mutassuk meg, hogy  $a^{1729} \equiv a \pmod{1729}$  habár az 1729 mégsem prím.

---

## Szorgalmi feladatok

11. A 2-vel (utolsó számjegy páros), 3-mal (számjegyek összege osztható 3-mal), 4-gyel (utolsó két számjegy osztható 4-gyel), 5-tel ... oszthatósági szabályokhoz hasonlóan
  - a) mutass szabályt a 7-tel való oszthatóságra;
  - b) általában mutass szabályt  $m$ -mel való oszthatóságra, ahol  $m > 1$  tetszőleges egész!
12. Írj programot, mely egy adott  $p$  prím esetén keres egy generátort modulo  $p$ , továbbá mely legenerálja az adott generátorhoz tartozó diszkrét logaritmus táblázatot!