

# Diszkrét matematika I. feladatok

Második alkalom (2013.09.16-20.)

1. A sík mely geometriai transzformációjának felelnek meg a következő leképezések:  $z \mapsto 3z + 2$ ;  $z \mapsto (1 + i)z$ ;  $z \mapsto 1/\bar{z}$ .
2. Legyen  $z, w$  két különböző komplex szám! Írd fel az őket összekötő szakasz felezőpontját, valamint annak a két szabályos háromszögnek a harmadik csúcsát, illetve súlypontját, melyeknek  $z, w$  csúcsai!
3. Vonjunk négyzetgyököt a következő számokból:  
a)  $3 - 4i$ ;   b)  $2i$ ;   c)  $-7 - 24i$ ;   d)  $8 + 6i$ .
4. Oldd meg a következő másodfokú egyenletet:  $(2 + i)x^2 - (5 - i)x + (2 - 2i) = 0$ .
5. Számold ki a  $z = -16 \cdot \sqrt{3} + 16i$  szám ötödik gyökeit!
6. Add meg a következő egyenletek összes megoldását:  
a)  $x^3 = 1$ ;   b)  $x^3 = 2 + 2i$ ;   c)  $x^8 = \sqrt{3} - i$ ;   d)  $x^6 = 1 + i$ ;
7. Vonj negyedik gyököt a következő számból:  $\frac{-4}{(2 + i)^3}$ .
8. Tekintsük a következő számokat:  $1, -1, i, 1 + i, (1 + i)/\sqrt{2}, (1 + \sqrt{3}i)/2, (-1 + \sqrt{3}i)/2, \cos(\sqrt{2}\pi) + i \sin(\sqrt{2}\pi), \cos(\pi/361) + i \sin(\pi/361)$ . Melyek egységgyökök, mennyi ezek rendje, milyen  $n$ -re lesznek ezek  $n$ -edik egységgyökök, illetve primitív  $n$ -edik egységgyökök?
9. Mutassuk meg, hogy ha  $\varepsilon^4 = i$ , akkor  $4 \mid o(\varepsilon)$ .
10. Ha  $o(\varepsilon) = 128$ , akkor mennyi lehet  $o(i \cdot \varepsilon) = ?$
11. Igazold, hogy egy primitív  $n$ -edik egységgyök hatványai pontosan az  $n$ -edik egységgyökök.
12. Igazold, hogy egy primitív  $n$ -edik egységgyök pontosan akkor  $k$ -edik egységgyök, ha  $n \mid k$ .

---

## Szorgalmi feladatok

13. Fejezd ki  $\sin(n\alpha)$  illetve  $\cos(n\alpha)$  értékét  $\sin(\alpha), \cos(\alpha)$  segítségével!