

Diszkrét matematika I. feladatok

Első alkalom (2013.09.09-13.)

1. Fejezd ki algebrai alakban a következő számokat:

a) $(3 + i)(2 + 3i)$; b) $(1 - 2i)(5 + i)$; c) $(2 - 5i)^2$; d) $(1 - i)^3$.

2. Írd a lehető legegyszerűbb alakba a következő kifejezéseket:

a) i^3 ; b) i^5 ; c) i^8 ; d) $\frac{1}{i^2}$; e) $\frac{1}{i}$; f) $\frac{1}{i^3}$; g) $(1 + i)^2$; h) $(1 + i)^{2013}$; f) $\frac{(1 + i)^{2013}}{(1 - i)^{2013}}$.

3. Old meg a következő másodfokú egyenleteket a komplex számok körében: a) $x^2 + x + 1 = 0$;
b) $x^2 + 2x + 2 = 0$; c) $x^2 + 2ix - 1 = 0$.

4. Rajzoljuk le a komplex számsíkon a következő halmazokat: $\{z : \operatorname{Re}(z + 2i) \leq 0\}$; $\{z : \operatorname{Re}(z + 1) \geq \operatorname{Im}(z - 3i)\}$; $\{z : |z - i - 1| \leq 3\}$; $\{z : |z - 3 + 2i| = |z + 4 - i|\}$; $\{z : z = 1/\bar{z}\}$; $\{z : z + \bar{z} = 0\}$; $\{z : |z| = iz\}$.

5. A következő számokat fejezd ki algebrai alakban:

a) $\frac{3 + 4i}{1 - 2i}$; b) $\frac{\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + i}$; c) $\frac{1}{(1 + i)^2}$; d) $\frac{1}{(2 - i)(1 + 2i)}$; e) $\frac{1}{2 + 3i} + \frac{1}{2 - 3i}$; f) $\frac{1}{3 + i} + \frac{1}{1 + 7i}$.

6. Add meg az a és b valós számok értékét, ha:

a) $(a + bi)(2 - i) = a + 3i$; b) $(a + i)(1 + bi) = 3b + ai$.

7. Legyen $\frac{5}{x + yi} + \frac{2}{1 + 3i} = 1$, ahol x és y valós számok. Add meg x és y értékét!

8. Add meg a következő számokat trigonometrikus alakban:

a) $\sqrt{3} + i$; b) $1 - i$; c) $4i$; d) -3 ; e) $\frac{10}{\sqrt{3} - i}$; f) $\frac{2 + 3i}{5 + i}$; g) $3 - 4i$; h) $-2 + i$.

9. Számítsd ki a következő kifejezéseket a trigonometrikus alak felhasználásával:

a) $\frac{(1 + i)^9}{(1 - i)^7}$; b) $\left(1 - \frac{\sqrt{3} - i}{2}\right)^{24}$.

Szorgalmi feladatok

10. Old meg a következő harmadfokú egyenleteket:

a) $x^3 - 7x + 6 = 0$; b) $x^3 - 13x - 12 = 0$;

11. Írj programot a harmadfokú egyenlet megoldására!