

Dinamikai rendszerek vizsgatematika

Egydimenziós dinamika

1. **Alapvető fogalmak, kvadratikus függvénycsalád.** Pálya, periódus, vonzási tartomány, fáziskép, grafikus elemzés, példák. Hiperbolikusság, vonzó, taszító pont. Kvadratikus család alapvető tulajdonságai: fixpontok, intervallumon kívüli viselkedés, 1 és 3 közötti paraméterek vizsgálata.
2. $\mu > 4$. Az intervallumon belül maradó pontok Λ halmazának konstrukciója, tulajdonságai kellően nagy μ értékre. Szimbolikus dinamika: távolság végtelen 0-1 sorozatok között, az így létrejövő metrikus tér alaptulajdonságai. Eltolás.
3. **Topologikus konjugáltság.** Konjugáltság fogalma. Λ halmaz dinamikájának elemzése szimbolikus dinamikával. **Strukturális stabilitás.** Függvények (r)-közelsége, dinamika változatlanúsága közeli függvényekre, példák. **Káosz.** Definíciója, hozzá: topologikus tranzitivitás, érzékenység. Példák.
4. **Sarkovszkij-tétel.** Speciális eset bizonyítása. Általános tétel kimondása. **Bifurkáció.** Nyereg- és perióduskettőző bifurkáció jellemzése. Példák.
5. $\mu = 3.839$. A vonzó 3-as periódus vonzásán kívüli pontok jellemzése véges típusú eltolással (subshift of finite type).

Magasabb dimenziós dinamika

1. **Alapvető fogalmak.** Töbldimenziós lineáris leképezések. Vonzó, taszító, nyerepont. Sajátértékekkel történő jellemzés.
2. **Lópatkó.** Az invariáns halmaz konstrukciója, a dinamika jellemzése szimbolikus eszközökkel.
3. **A tórusz lineáris automorfizmusai.** Vonzó és taszító periodikus pontok elhelyezkedése. Homoklinikus és heteroklinikus pontok. Szimbolikus jellemzés
4. **Szolenoid attraktor.** Konstrukciója. Hiperbolikusság, káosz. Szimbolikus jellemzés.

Komplex dinamika

1. **Komplex dinamikai alapok.** Julia-halmaz definíciója, néhány alaptulajdonság. A kvadratikus család $c=0$, és $|c|>2$ esetben.
2. **Normalitás.** Normális függvénycsalád. Julia-halmaz jellemzése az iteráltak függvénycsaládjával. Kritikus pontok létezése a vonzó periodusok vonzási medencéjében
3. **Julia-halmaz típusai.** Egyszerű zárt görbe (paraméterezhetőség bizonyításának vázlatával), több zárt görbe, Cantor-halmaz. Példák
4. **Mandelbrot-halmaz.** A kitöltött Julia-halmaz. Mandelbrot halmaz kétféle jellemzése.