

# 1. zárthelyi dolgozat – logikai és matematikai alapok

A

2014. október 14.

Minden feladat 10 pontot ér. A zh a féléves anyag harmadát fedi le (pontokban is: 40 a 120-ból)

1. Tekintsük az alábbi predikátumokat:  $G(x)$ ,  $F(x)$ ,  $C(x)$ ,  $S(x, y)$ ,  $B(x, y)$  jelentse rendre azt, hogy  $x$  gyerek,  $x$  felnőtt,  $x$  szereti a csokit,  $x$  szót fogad  $y$ -nak, illetve  $x$  barátkozik  $y$ -nal. Formalizáljuk az alábbi állításokat.
  - a. Minden gyerek szereti a csokit.
  - b. Van olyan felnőtt, aki nem szereti a csokit.
  - c. Akadnak gyerekek, akik egyáltalán nem barátkoznak felnőttekkel.
  - d. Pisti olyan gyerek, aki nem minden felnőttnek fogad szót.
  - e. Vannak gyerekek, akik csak felnőttekkel, és olyanok is, akik csak gyerekekkel barátkoznak.
2. Legyen  $A = \mathbb{N}$ ,  $B = 2\mathbb{Z}$ , a páros számok halmaza. Döntsük el, létezik-e olyan  $C$  halmaz, melyre teljesülnek az alábbiak (az 5 feltétel külön-külön), illetve, ha van ilyen  $C$ , adjunk is példát rá. Ha nem létezik, indokoljunk rajzzal vagy formálisan.
  - a.  $A \cap B = C \cup A$ .
  - b.  $A \cup B = C \cup B$ .
  - c.  $A \cup B = C \Delta B$ .
  - d.  $(A \setminus B) \setminus C = (A \cup B) \setminus C$ .
  - e.  $A \cap B \cap C = A \Delta B \Delta C$ .
3. Adjunk meg egy-egy konkrét relációt (alaphalmazzal együtt), mely
  - a. reflexív, szimmetrikus és tranzitív,
  - b. nem reflexív, nem irreflexív, de tranzitív,
  - c. nem tranzitív, nem szimmetrikus és nem antiszimmetrikus,
  - d. trichotom, nem tranzitív, de önmagával vett kompozíciója már tranzitív,
  - e. megegyezik a saját inverzével és irreflexív.
4. Legyen  $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x - y \leq 1\}$  reláció az  $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  halmazon. Rajzoljuk fel. Reflexív, antiszimmetrikus, illetve tranzitív-e? Számítsuk ki az  $R^{-1}$ ,  $R \circ R$  és  $R \circ R^{-1}$  relációkat.