

Gyakorlati feladatok 2016. szeptember 15.

1. Jelentse pozitív egészekre $P(x), E(x), O(x), D(x, y)$ rendre azt, hogy x prím, páros, páratlan, illetve x osztója y -nak. Fordítsuk le magyarra az alábbi formulákat. Mindegyiket tagadjuk le, formulaként és magyarul is.

- $P(7)$
- $E(2) \wedge P(2)$
- $\forall x(D(2, x) \Rightarrow E(x))$
- $\exists x(E(x) \wedge D(x, 6))$
- $\forall x(P(x) \Rightarrow (\exists y(E(y) \wedge D(x, y))))$
- $\forall x(P(x) \Rightarrow (\exists y(O(y) \wedge D(y, x))))$

2. Jelentse az emberekre $J(x), B(x), U(x), I(x), E(x), P(x), K(x), T(x, y)$ rendre azt, hogy x jogász, bíró, ügyeskedő, idős, életerős, politikus, képviselő, illetve x tiszteli y -t. Formalizáljuk az alábbi mondatokat.

- Minden bíró jogász.
- Vannak ügyeskedő jogászok.
- Nincs ügyeskedő bíró.
- Bizonyos bírók idősök, de életerősök.
- A bírók kivételével minden jogász ügyeskedő.
- Néhány jogász, aki politikus, képviselő is.
- Bizonyos jogászok csak bírókat tisztelnek.

3. Vezessük be a következő predikátumokat: $N(x), F(x), G(x, y)$ jelentse rendre azt, hogy x nő, x férfi, illetve x gyermeke y -nak. Definiáljuk formulával a következőket: x az y -nak fia, lánya, anyja, apja, nagymamája, nagybátyja, testvére, fivére, féltestvére, unokahúga.

4. Az előző példa predikátumait egészítsük ki úgy, hogy a bátyja, húga is kifejezhető legyen. Ki tudjuk-e fejezni így a következő állításokat:

- Az unokánál idősebb a nagymamája.
- Senki sem idősebb magánál.
- Két testvér közül az egyik mindig idősebb, mint a másik.

5. Fejtsük meg (E: páros, P: prím)

$$((\exists x(E(x) \wedge P(x))) \wedge (\neg(\exists x(E(x) \wedge P(x) \wedge (\exists y(\neg x = y \wedge E(y) \wedge P(y)))))))$$

6. Formalizáljuk a következő mondatokat:

- Annának pontosan két gyereke van.
- Az e egyenesen van legalább 3 pont.
- Ha két egyenesnek van két közös pontja, akkor minden pontjuk közös.

7. Legyen H a valós számok részhalmaza. Mit jelentenek az alábbiak H -ra:

- $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in H(x < y)$
- $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in H(x < y)$
- $\forall x \in H \exists y \in \mathbb{R}(x < y)$
- $\forall x \in H \exists y \in H(x < y)$

8. Legyen f egy függvény, a egy valós szám. Mit jelentenek az alábbiak?

- $\forall \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \forall x(|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon)$
- $\exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \forall x(|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon)$
- $\exists \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x(|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon)$
- $\forall \delta > 0 \exists \varepsilon > 0 \forall x(|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon)$
- $\exists \delta > 0 \forall \varepsilon > 0 \forall x(|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon)$
- $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x(|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon)$