**Letölthető: http://compalg.inf.elte.hu/~ajarai**

**Mintabeugró: ugyanott**

# BEVEZETÉS A MATEMATIKÁBA II

## Programozó és programtervező szak, 1. év 2. félév

**Vizsga**

**Előfeltételek:** Legalább elégséges gyakorlati jegy, az indexbe beírva, index, utóvizsgánál befizetett utóvizsgadíj az indexben regisztrálva, jelentkezés az adott napra.

**Jelentkezés:** Az ETR rendszeren keresztül, legkésőbb a vizsga előtt 36 órával. Aki bejelentkezik, nem mondja le az időpontot, de nem jelenik meg, elveszít egy vizsgaalkalmat. Utóvizsgázni akármelyik vizsganapon lehet, de az utolsó néhány vizsganap utóvizsganap, ekkor csak utóvizsgázni lehet, vizsgázni nem!

**Konzultáció:** Kérésre a vizsgák előtt (ajarai@moon.inf.elte.hu, legalább 2 munkanappal az időpont előtt), D2-205.

**A vizsga anyaga:** Ami az előadáson elhangzott, de beleértve az ott nem részletezett (például „nyilvánvaló”, „hasonlóan belátható”, stb.) részeket is.

**A vizsga lefolyása:** Írásbeli „beugró”, 60 perc alatt 15 kérdésre kell válaszolni. Minden kérdés 1–1 pont (definíciók, tételek, egyszerű példák és ellenpéldák, stb.). A feladatokat írásban kapják meg. Legalább 8 pontot kell szerezni. Utána szóbeli vizsga.

**Segédeszközök:** Csak papír és toll használható, és az a papír, amin a feladatsor van, semmilyen más eszköz (például semmilyen elektronikus eszköz) nem. Aki meg nem engedett eszközt próbál használni, beszélgetni próbál, stb., az ellen a legszigorúbb eljárást fogom kezdeményezni.

**Javítás:** Csak névvel és ETR kóddal ellátott dolgozatokat fogadunk el. A feladatsort mindenképpen visszakérjük, a viták elkerülésére névvel és kóddal ellátva. A dolgozatokat még aznap kijavítjuk, kiosztjuk, a vizsgázók és a javításban résztvevők számától függő időpontban. A kiosztáskor az esetleges javítási hibák észrevételezhetők (később már nem), ezután a dolgozatokat visszakérjük, és a szóbeli vizsga megkezdődik. Az írásbeli kiosztásának helyét és időpontját, valamint a szóbeli helyét az írásbelin közöljük.

Járai Antal

# Vizsgatételek

1. Irányítatlan gráfokkal kapcsolatos alapfogalmak. Gráfok izomorfiája. Teljes gráfok, páros gráfok, részgráfok.
2. Séták, utak és körök. Séta helyettesítése úttal, zárt séta felbontása körökre. Összefüggőség, fák, szükséges és elégséges feltételek arra, hogy egy gráf fa legyen.
3. Feszítőfa, létezése, körök száma, vágás, vágások száma. Erdők. Euler-séta, felbontás éldiszjunkt sétákra. Hamilton-út, Hamilton-kör. Súlyozott gráfok, Kruskal algoritmusa.
4. Irányított gráfok: alapfogalmak, példák, irányított gráfok izomorfiája. Irányított részgráf, irányított séták, utak és körök. Erős összefüggőség. Irányított fák.
5. Gráfok rajzolhatósága. Rajzolás térbe, gömbfelületre és síkba. Tartományok, Euler tétele. Gráfok mátrixai.
6. Morfizmusok (homomorfizmus, stb.) és kapcsolatuk tulajdonságokkal. A csoporttulajdonság ekvivalensei. Példák csoportokra.
7. Részcsoport, a definíció ekvivalensei. Generált részcsoport és előállítása. Ciklikus csoportok szerkezete. Csoport és elem rendje. Ciklikus csoportok részcsoportjai.
8. Mellékosztályok. Lagrange tétele és következményei. Normálosztó, ekvivalens megfogalmazások. Belső automorfizmusok. A művelettel kompatibilis osztályozás generálása. Faktorcsoport, példák. Homomorfizmus magja, homomorfizmus-tétel. Direkt szorzat. A véges Abel-csoportok alaptétele.
9. Cayley tétele. Permutációcsportok, permutációk párossága. Normállánc, egyszerű csoport, feloldhatóság.
10. Gyűrűk morfizmusai. Gyűrű karakterisztikája. Részgyűrű, ideál, példák. Mellékosztályok, az osztályozás kompatibilitása a műveletekkel, faktorgyűrű. Példák. Homomorfizmus magja, homomorfizmustétel.
11. Generált főideálok szerkezete, oszthatóság és ideálok. Gauss-gyűrűk. Euklideszi gyűrűk, egységek és asszociáltak, bővített euklideszi algoritmus, felbonthatatlan és prímelem, egyértelmű faktorizáció euklideszi gyűrűkben. Hányadostest.
12. Polinomok, polinomfüggvények, maradékos osztás és következményei.
13. Polinom algebrai deriváltja. Többszörös gyökök. Irreducibilis polinomok $\mathbb{C}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$ és $\mathbb{Z}$ felett. Gauss tétele.
14. Racionális törtfüggvények. Parciális törtekre bontás. Többhatározatlanú polinomok.