Bevezetés a matematikába

Járai Antal

Ezek a programok csak szemléltetésre szolgálnak.

1. Halmazok

2. Természetes számok

3. A számfogalom bővítése

4. Véges halmazok

```
> restart;
```

4.1. Véges halmazok alaptulajdonságai

4.1.1. Halmazok ekvivalenciája.

4.1.2. Állítás.

4.1.3. Megjegyzés.

->4.1.4. Feladat.

->4.1.5. Feladat.

->4.1.6. Feladat.

->4.1.7. Feladat.

4.1.8. Tétel.

4.1.9. Tétel.

4.1.10. Véges és végtelen halmazok.

```
> X:={a,aa,b,c,d}; nops(X); nops({});
```

$$X := \{a, aa, b, d, c\}$$

$$5$$

$$0 \qquad (4.1.10.1)$$

4.1.11. Tétel.

4.1.12. Skatulya elv.

▶ *4.1.13. Tétel.*
▶ *4.1.14. Feladat.*
▶ *4.1.15. Feladat.*
▶ *->4.1.16. Feladat.*
▶ *->4.1.17. Feladat.*
▶ *->4.1.18. Feladat.*
▶ *->4.1.19. Feladat.*
▶ *->4.1.20. Feladat.*
▶ *->4.1.21. Feladat.*
▼ *->4.1.22. Feladat.*
▶ **4.1.23. Feladat.*
▶ **4.1.24. Feladat.*
▶ *4.1.25. Feladat.*
▶ *4.1.26. További feladatok.*

▼ 4.2. Kombinatorika

```
> with(combinat);
```

[Chi, *bell*, binomial, *cartprod*, *character*, *choose*, *composition*, *conjpart*, *decodepart*, *encodepart*, *fibonacci*, *firstpart*, *graycode*, *inttovec*, *lastpart*, *multinomial*, *nextpart*, *numbcomb*, *numbcomp*, *numbpart*, *numbperm*, *partition*, *permute*, *powerset*, *prevpart*, *randcomb*, *randpart*, *randperm*, *setpartition*, stirling1, stirling2, *subsets*, *vectoint*] (4.2.1)

▼ *4.2.1. Permutációk.*

```
> L:=[a,b,c,d]; permute(L); numbperm(L);
```

$$L := [a, b, c, d]$$

[[*a*, *b*, *c*, *d*], [*a*, *b*, *d*, *c*], [*a*, *c*, *b*, *d*], [*a*, *c*, *d*, *b*], [*a*, *d*, *b*, *c*], [*a*, *d*, *c*, *b*], [*b*, *a*, *c*, *d*], [*b*, *a*, *d*, *c*], [*b*, *c*, *a*, *d*], [*b*, *c*, *d*, *a*], [*b*, *d*, *a*, *c*], [*b*, *d*, *c*, *a*], [*c*, *a*, *b*, *d*], [*c*, *a*, *d*, *b*], [*c*, *b*, *a*, *d*], [*c*, *b*, *d*, *a*], [*c*, *d*, *a*, *b*], [*c*, *d*, *b*, *a*], [*d*, *a*, *b*, *c*], [*d*, *a*, *c*, *b*], [*d*, *b*, *a*, *c*], [*d*, *b*, *c*, *a*], [*d*, *c*, *a*, *b*], [*d*, *c*, *b*, *a*]]

24 (4.2.1.1)

▼ *4.2.2. Variációk.*

```
> L; permute(L,2); numbperm(L,2);
```

$$[a, b, c, d]$$

$$[[a, b], [a, c], [a, d], [b, a], [b, c], [b, d], [c, a], [c, b], [c, d], [d, a], [d, b], [d, c]]$$

$$12 \qquad (4.2.2.1)$$

4.2.3. Ismétléses variációk.

```
> L:=[a,a,b,b,c,c,d,d]; permute(L,2); numbperm(L,2);
```

$$L := [a, a, b, b, c, c, d, d]$$

$$[[a, a], [a, b], [a, c], [a, d], [b, a], [b, b], [b, c], [b, d], [c, a], [c, b], [c, c], [c, d], [d, a], [d, b], [d, c], [d, d]]$$

$$16 \qquad (4.2.3.1)$$

4.2.4. Kombinációk.

```
> L:=[a,b,c,d]; choose(L,2); numbcomb(L,2);
```

$$L := [a, b, c, d]$$

$$[[a, b], [a, c], [a, d], [b, c], [b, d], [c, d]]$$

$$6 \qquad (4.2.4.1)$$

4.2.5. Ismétléses kombinációk.

```
> L:=[a,a,b,b,c,c,d,d]; choose(L,2); numbcomb(L,2);
```

$$L := [a, a, b, b, c, c, d, d]$$

$$[[a, a], [a, b], [a, c], [a, d], [b, b], [b, c], [b, d], [c, c], [c, d], [d, d]]$$

$$10 \qquad (4.2.5.1)$$

4.2.7 Ismétléses permutációk.

```
> L:=[a,a,b,b,b,c]; permute(L);
```

$$L := [a, a, b, b, b, c]$$

$$[[a, a, b, b, b, c], [a, a, b, b, c, b], [a, a, b, c, b, b], [a, a, c, b, b, b], [a, b, a, b, b, c], [a, b, a, b, c, b], [a, b, a, c, b, b], [a, b, b, a, b, c], [a, b, b, a, c, b], [a, b, b, b, a, c], [a, b, b, b, c, a], [a, b, b, c, a, b], [a, b, b, c, b, a], [a, b, c, a, b, b], [a, b, c, b, a, b], [a, b, c, b, b, a], [a, c, a, b, b, b], [a, c, b, a, b, b], [a, c, b, b, a, b], [a, c, b, b, b, a], [b, a, a, b, b, c], [b, a, a, b, c, b], [b, a, a, c, b, b], [b, a, b, a, b, c], [b, a, b, a, c, b], [b, a, b, b, a, c], [b, a, b, b, c, a], [b, a, b, c, a, b], [b, a, b, c, b, a], [b, a, c, a, b, b], [b, a, c, b, a, b], [b, a, c, b, b, a], [b,$$ (4.2.6.1)

$b, a, a, b, c], [b, b, a, a, c, b], [b, b, a, b, a, c], [b, b, a, b, c, a], [b, b, a, c, a, b], [b, b, a, c, b, a], [b, b, b, a, a, c], [b, b, b, a, c, a], [b, b, b, c, a, a], [b, b, c, a, a, b], [b, b, c, a, b, a], [b, b, c, b, a, a], [b, c, a, a, b, b], [b, c, a, b, a, b], [b, c, a, b, b, a], [b, c, b, a, a, b], [b, c, b, a, b, a], [b, c, b, b, a, a], [c, a, a, b, b, b], [c, a, b, a, b, b], [c, a, b, b, a, b], [c, a, b, b, b, a], [c, b, a, a, b, b], [c, b, a, b, a, b], [c, b, a, b, b, a], [c, b, b, a, a, b], [c, b, b, a, b, a], [c, b, b, b, a, a]]$

```
> multinomial(6,2,3,1);
```

60 (4.2.6.2)

- ***->4.2.7. Feladat.***
- ***->4.2.8. Feladat.***
- ***->4.2.9. Feladat.***
- ***->4.2.10. Feladat.***
- ***->4.2.11. Feladat.***
- ***->4.2.12. Feladat.***
- ***->4.2.13. Feladat.***
- ***->4.2.14. Feladat.***
- ***->4.2.15. Feladat.***
- ***->4.2.16. Feladat.***
- ***4.2.17. Feladat.***
- ***->4.2.18. Feladat.***
- ***->4.2.19. Feladat.***
- ***4.2.20. Feladat.***
- ***->4.2.21. Feladat.***
- ***->4.2.22. Feladat.***
- ***->4.2.23. Feladat.***
- ***->4.2.24. Feladat.***
- ****4.2.25. Feladat.***
- ****4.2.26. Feladat.***
- ***4.2.27. Feladat.***
- ****4.2.28. Feladat.***
- ***4.2.29. Feladat.***
- ***4.2.30. Feladat.***
- ***4.2.31. Feladat.***

4.2.32. Feladat.
4.2.33. Feladat.
4.2.34. Feladat.
4.2.35. Feladat.
4.2.36. Feladat.
4.2.37. További feladatok megoldásokkal.
4.2.38. További feladatok.

4.3. Polinomiális tétel, szita formula

4.3.1. Binomiális tétel.

```
> (x+y)^6; expand(%); sum(binomial(n,k)*x^k*y^(n-k),k=0..n);
```

$$(x+y)^6$$

$$x^6+6x^5y+15x^4y^2+20x^3y^3+15x^2y^4+6xy^5+y^6$$

$$\left(\frac{x}{y}+1\right)^n y^n \qquad (4.3.1.1)$$

4.3.2. Következmény.

```
> sum(binomial(n,k),k=0..n); sum(binomial(n,k)*(-1)^k,k=0..n)
  ;
```

$$2^n$$

$$0 \qquad (4.3.2.1)$$

4.3.3. Polinomiális tétel.

```
> (x+y+z)^4; expand(%);
```

$$(x+y+z)^4$$

$$12xyz^2+12x^2yz+12xy^2z+x^4+y^4+z^4+4x^3y+4x^3z+6x^2y^2 \qquad (4.3.3.1)$$
$$+6x^2z^2+4xy^3+4xz^3+4y^3z+6y^2z^2+4yz^3$$

4.3.4. Logikai szita formula.
4.3.5. Példa.

```
> 120,-floor(120/2),-floor(120/3),-floor(120/5),-floor(120/7)
  ,floor(120/6),floor(120/10),floor(120/14),floor(120/15),
  floor(120/21),floor(120/35),-floor(120/30),-floor(120/42),-
  floor(120/70),-floor(120/105),floor(120/210);
```

(4.3.5.1)

120, –60, –40, –24, –17, 20, 12, 8, 8, 5, 3, –4, –2, –1, –1, 0 (4.3.5.1)

```
> `+`(%);
```

27 (4.3.5.2)

- *–>4.3.6. Feladat.*
- *–>4.3.7. Feladat.*
- *–>4.3.8. Feladat.*
- *–>4.3.9. Feladat.*
- *–>4.3.10. Feladat.*
- *–>4.3.11. Feladat.*
- *–>4.3.12. Feladat.*
- *4.3.13. Feladat.*
- *4.3.14. Feladat.*
- *–>4.3.15. Feladat.*
- *4.3.16. Feladat.*
- *–>4.3.17. Feladat.*
- *–>4.3.18. Feladat.*
- *4.3.19. Feladat.*
- *4.3.20. Feladat.*
- *4.3.21. Feladat.*
- *4.3.22. Feladat.*
- *4.3.23. További feladatok megoldásokkal.*
- *4.3.24. További feladatok.*

5. Végtelen halmazok

6. Számelmélet

7. Gráfelmélet

8. Algebra

9. Kódolás

10. Algoritmusok