Letölthető: http://compalg.inf.elte.hu/~ajarai

MATEMATIKA A I, 2012/2013 őszi félév

A vizsga anyaga: Ami az előadáson és a gyakorlaton elhangzott, de beleértve az ott nem részletezett (például „nyilvánvaló”, „hasonlóan belátható”, stb.) részeket is.

A vizsga értékelése: A külön részletezett szabályok szerint.

Segédeszközök: Csak papír és toll használható, semmilyen más eszköz (például semmilyen elektronikus eszköz) nem. Aki meg nem engedett eszközt próbál használni, beszélgetni próbál, stb., az ellen a legszigorúbb eljárást fogom kezdeményezni.

Javítás: Csak névvel és kóddal ellátott dolgozatokat fogadok el. A dolgozatokat még aznap kijavítom, kiosztom, a vizsgázók számától függő időpontban. A kiosztáskor az esetleges javítási hibák észrevételezhetők (később már nem), ezután a dolgozatokat visszakérem, és a szóbeli vizsga megkezdődik. Az írásbeli kiosztásának helyét és időpontját, valamint a szóbeli helyét az írásbelin közlöm.

Járai Antal

Vizsgatételek

1. Halmazelméleti alapfogalmak. Relációk. Rendezés, intervallumok. Ekvivalencia reláció.
2. Függvények, monotonitás. Családok. Műveletek.
3. Test, rendezett test, valós számok. Természetes számok, rekurzió.
4. Szorzatok és összegek, általános disztributivitás, binomiális tétel. Egész számok, racionális számok, arkhimédészi tulajdonság. Egész rész, maradék, gyökvonás. Bővített valós számok.
5. Halmazok ekvivalenciája. Véges halmazok tulajdonságai. Megszámlálható halmazok és tulajdonságaik. Cantor tétele. Bizonyítás: 2.2.15, 2.2.20.
6. Komplex számok, abszolút érték, argumentum, trigonometrikus alak. Gyökvonás komplex számból. Bővített komplex számok.
7. Kvaterniók és háromdimenziós vektorok. Skaláris szorzat, vektori szorzat és geometriai jelentésük. Egyenesek és síkok. Szögek és távolságok számítása.
8. Polinomok és racionális törtfüggvények. Maradékos osztás, gyöktényező leválasztása. Az algebra alaptétele, gyöktényezős előállítás.
9. Nyílt és zárt halmazok. A folytonosság és alaptulajdonságai. Bizonyítás: 3.1.5, 3.1.12, 3.1.13.
10. Weierstrass tétele. Bolzano tétele és következményei. Monoton függvények inverze. A határérték és alaptulajdonságai, szakadások. Bizonyítás: 3.1.16, 3.1.18, 3.1.19.
11. Bővített valós és komplex számok topológiája. Határérték és folytonosság a bővített számkörökben. Határérték és egyenlőtlenségek. Monoton függvények szakadásai. Bizonyítás: 3.1.37, 3.1.38, 3.1.39.
12. Sorozatok határértéke, átviteli elv, felső és alsó határérték. Cauchy-sorozatok. Néhány nevezetes sorozat. Bizonyítás: 3.2.14 (1), (2), (3).
13. Sorok összege. Konvergenciakritériumok és következményeik. Néhány nevezetes sor. Kettős sor tétel és ko"vetkezményei. Számrendszerek. Bizonyítás: 3.2.25.
14. Hatványsorok összege, analitikus függvények. Az exponenciális, a trigonometrikus és a hiperbolikus függvények és tulajdonságaik. Hatványozás és logaritmus. Bizonyítás: 3.3.19, 3.3.21.
15. Derivált, magasabb deriváltak. A differenciálszámítás szabályai. Bizonyítás: 4.1.4, 4.1.7, 4.1.8, 4.1.13.
16. Középtérték-tételek. függvényvizsgálat, szélsőértékszámítás, Taylor-formula. L'Hospital-szabály. Bizonyítás: 4.2.2, 4.2.13.
17. Primitív függvény, integrálási szabályok. Alapintegrálok. Néhány integrálási példa. Néhány függvény hatványsora. Bizonyítás: 5.1.9, 5.1.11.

18. Elemien integrálható függvények. Parciális törtekre bontás, racionális törtfüggvények integrálása. Racionális törtfüggvény integrálására visszavezethető integrálok. Bizonyítás: 5.1.18.

19. Határozott integrált és tulajdonságai. Nullahalmazok, Lebesgue-feltétel és következményei. Bizonyítás: 5.2.3, 5.2.5.

20. Az integrál mint a felső határ függvénye. Newton–Leibniz-formula. Helyettesítéses és parciális integrálás határozott integrálokra. Integrál és határérték. Abszolút integrálható függvények. Impropriusz integrál. Bizonyítás: 5.2.21, 5.2.23, 5.2.24, 5.2.31.