Írásbeli vizsga, minta

AI, 2006/2007, I. félév.

1. Számítsuk ki
$$\frac{5-5i}{1+i}$$
legkisebb pozitív argumentumú kilencedik gyökét.

2. Határozza meg az alábbi határértékeket:
   a. $\lim_{x\to\infty}(1+2/x^2)^{x^2}$;
   b. $\lim_{x\to\infty}\big(1-\sin(1/x)\big)^{\sqrt{x}}$;
   c. $\lim_{x\to 0}(1-\cos(x)-x^2/2)/x^4$.

3. Határozzuk meg az alábbi határértékeket:
   a.
$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^{1/2}\ln x+x^{1/3}+x^{1/4}}{\sqrt{2x+1}};$$
   b.
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x}-1}.$$

4. Végezzük el az $f(x)=x-\sin(x)$ függvény teljes függvényvizsgálatát!

5. Határozzuk meg az $\int \sin x\sqrt{\cos x}\,dx$ és $\int_0^1 x^2(\ln(x))^2\,dx$ integrálokat, valamint döntsük el, hogy konvergens-e az $\int_3^\infty \sin(1/x)/x\,dx$ integrál.

6.
   a. Definiálja a valós számokat.
   b. Fogalmazza meg Rolle tételét.
   c. Fogalmazza meg a Lagrange-maradéktagos Taylor-formulára vonatkozó tételt.