

## 5. feladatsor: Komplex számok algebrai és trigonometrikus alakja

Ismétlés: számolás komplex számok algebrai alakjával, kapcsolódó alapfogalmak

### 1. feladat

Végezzük el a következő műveleteket a komplex számok halmazán.

$$\sqrt{-16} \qquad \sqrt{-25} \qquad (2i)^2 \qquad 2i + 5i \qquad \frac{4i}{2i}$$

### 2. feladat

Legyen  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z = -2 + 7i$ . Adja meg a  $z$  komplex szám következő jellemzőit.

$$\operatorname{Re} z \qquad \operatorname{Im} z \qquad -z \qquad \bar{z} \qquad |z|$$

### 3. feladat

Végezzük el a következő műveletet az algebrai alak felhasználásával:  $\frac{4 + 3i}{(2 - i)^2}$

### 4. feladat

Oldja meg a következő egyenletet a komplex számok halmazán:  $\frac{x + i - 3i\bar{x}}{x - 4} = i - 1$

### 5. feladat

Határozza meg azt a  $z \in \mathbb{C}$  komplex számot, amelyre teljesül hogy

$$\left| \frac{z - 3}{2 - \bar{z}} \right| = 1 \wedge \operatorname{Re} \left( \frac{z}{2 + i} \right) = 2$$

## Komplex számok trigonometrikus alakja

### 6. feladat

Legyen  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z = 2 + 5i$ . Adja meg a  $z$  komplex szám abszolút értékét és argumentumát. Szemléltesse a  $z$  komplex számot a Gauss-számsíkon.

### 7. feladat

Határozza meg a következő komplex számok trigonometrikus alakját.

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} & 1 + i & \text{(b)} & 4i & \text{(c)} & i \\ \text{(d)} & 10 & \text{(e)} & -\sqrt{3} + i & \text{(f)} & \frac{9}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2}i \\ \text{(g)} & -\frac{\sqrt{14}}{2} - \frac{\sqrt{14}}{2}i & & & & \end{array}$$

**8. feladat**

Végezze el a következő műveleteket a trigonometrikus alak felhasználásával.

(a)  $\left(\frac{9}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2}i\right) \left(-\frac{\sqrt{14}}{2} - \frac{\sqrt{14}}{2}i\right)$

(b)  $\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i\right)$

(c)  $\frac{-\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i}{\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i}$

(d)  $\left(\frac{5\sqrt{3}}{12} - \frac{5}{12}i\right)^{10}$

(e)  $\left(-\frac{\sqrt{10}}{2} - \frac{\sqrt{10}}{2}i\right)^{15}$

(f)  $\left(\frac{5}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i\right)^{23}$

(g)  $(1+i)^8 \cdot (5\sqrt{3} - 5i)^3$

(h)  $\left(\frac{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i}{-\frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i}\right)^{12}$

(i)  $\left(1 - \frac{\sqrt{3} - i}{2}\right)^{24}$

**9. feladat**

Írjuk fel algebrai alakban a  $z = \frac{(1+i)^8}{(1-\sqrt{3}i)^6}$  komplex számot.

**10. feladat**

Végezze el a következő gyökvonásokat a komplex számok halmazán.

(a)  $-60$  második gyöke

(b)  $-60$  harmadik gyöke

(c)  $1 - \sqrt{3}i$  hatodik gyöke

(d)  $-7\sqrt{3} + 7i$  ötödik gyöke

(e)  $-\frac{7}{2} + \frac{7}{2}i$  nyolcadik gyöke

(f)  $-6\sqrt{3} + 6i$  második gyöke

(g)  $\frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^8}{(1+i)^5}$  hetedik gyöke

**11. feladat**

A trigonometrikus alak segítségével számítsa ki  $z$  értékét trigonometrikus és algebrai alakban is, majd adja meg az összes olyan  $w$  komplex számot trigonometrikus alakban, melyekre  $w^3 = z$ , ahol

$$z = \frac{(2 + 2\sqrt{3}i)^{10}}{(-1 + i)^{83}}.$$