

Minta zárthelyi dolgozat

BII, 2003/2004, II. félév, 1. zh.

1. (10 pont) Határozzuk meg az

$$\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & -1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix inverzét.

2. (20 pont) Legyen a szokásos bázisban a b vektor

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -7 \\ -8 \\ -1 \end{pmatrix}$$

és az A lineáris operátor mátrixa

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & -1 & -5 \\ 3 & -7 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

- a. Határozzuk meg az operátor rangját és magjának dimenzióját.
b. Oldjuk meg az $Ax = b$ egyenletet. Adjuk meg a megfelelő homogén egyenlet megoldásterének egy bázisát.

3. (15 pont) Számítsuk ki a

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 4 & 1 \\ 5 & 1 & 5 & 4 \\ 6 & 5 & 7 & 2 \end{vmatrix}$$

determináns értékét.

4. (20 pont) Egy valós bilineáris forma mátrixa

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ -2 & 3 & 3 \\ -1 & -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

- a. Adjuk meg egy szimmetrikus és egy antiszimmetrikus bilineáris forma összegeként.
b. A szimmetrikus bilineáris formát hozzuk diagonális alakra és döntjük el, hogy definit, szemidefinit illetve indefinit-e?

5. (25 pont) Keressünk olyan ortonormált bázist \mathbb{C}^3 -ban, amelyben felső háromszög alakú annak a transzformációnak a mátrixa, amelynek mátrixa a szokásos bázisban

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Adjuk meg a felső háromszög alakot is.

6. (10 pont) Legyen

$$f(x, y) = \begin{cases} x \cos(1/y), & \text{ha } y \neq 0, \\ x^2, & \text{ha } y = 0. \end{cases}$$

Döntsük el, hogy léteznek-e a

$$\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y),$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y)$$

illetve

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$$

határértékek, és ha igen, határozzuk meg őket.