Letölthető: http://math.bme.hu/~ajarai

A FIZIKA PARCIÁLIS DIFFERENCIÁLEGYENLETEI

Konzultáció: Kérésre a vizsgák előtt (ajarai@moon.inf.elte.hu, legalább 2 munkanappal az időpont előtt).

A vizsga anyaga: Ami az előadáson elhangzott.

A vizsga lefolyása: Szóbeli vizsga, 05.25, 06.08, 06.15, 06.22, 06.29, ELTE déli tömb, D2.211-es terem, kb. 9 órától. Telefonos egyeztetés után esetleg máskor is; 1-3164179.

Segédeszközök: Csak papír és toll használható, semmilyen más eszköz (például semmilyen elektronikus eszköz) nem.

Járai Antal

Vizsgatételek

1. A fizika variációs elvei, mechanika. Egydimenziós probléma, Lagrange-lemma, Euler–Lagrange-egyenletek. Du Bois-Reymond lemma, Legendre-feltétel, Hilbert tétele.
2. Többdimenziós variációs probléma: Euler–Lagrange-egyenletek, Dirichlet-elv. Weierstrass példája, fizikai példák, minimálfelületek.
3. Irányitási feladat és variánsai. A Pontrjagin-féle maximumelv. Alkalmazási példák.
4. Lineáris parciális differenciálegyenletek. A fizika legfontosabb másodrendű parciális differenciálegyenletei. Határfeltételek. A feladat részekre bontása. A Fourier-módszer. Differenciálegyenletek Banach-terekben.
5. Tesztfüggvények és konvergenciájuk, disztribúciók és rendjük. Példák disztribúciókra, reguláris disztribúciók. Általánosított Lagrange-lemma. Disztribúciók differenciálása. szorzása függvénnyel, „helyettesítés” disztribúciókban. Disztribúciók konvergenciája.
6. Disztribúciók tartója, kiterjesztése, direkt szorzata, konvolúciója. A konvolúció tulajdonságai, példák.
7. A Fourier-transzformáció $\mathbb{R}^n$ függvényeire: definíció, kapcsolat Fourier-sorral, alaptulajdonságok, Riemann–Lebesgue-lemma, deriválás és polinommal való szorzás, kapcsolat konvolúcióval. Közelítő egységek, simitási tétel és következményei. Inverziós tétel, unicitási tétel, Plancherel-tétel.
8. Temperál disztribúciók és Fourier-transzformáltjuk. Általánosított megoldások, alapmegoldás és jelentősége, fizikai jelentése. Példák. Green-függvény. Approximáció.
9. A hővezetési egyenlet alapmegoldása. Hőpotenciál, felületi hőpotenciál, becslésük és simaságuk. A Cauchy-feladat megoldása. A hullámegyenletre vonatkozó Cauchy-feladat (vázlatosan).
10. Elliptikus differenciáloperátorok tulajdonságai. Friedrichs tétele, alkalmazása elliptikus differenciáloperátorokra. Szoboljev beágyazási tétele.
11. A spektráltétel: szorzásoperátot $\mathbb{L}^2$-ben. A spektráltétel szorzat alakja nemkorlátos normális operátorokra. spektrálmérték, spektrálintegrál, spektrálfelbontás.
12. A spektráltétel fizikai jelentősége. Kvantálási szabályok, Schrödinger-egyenlet, harmonikus oszcillátor.
13. Egyparaméteres operátorseregek. Alkalmazási példa: a Schrödinger-egyenlet. Az operátorsereg előállítása egyszerű esetben.
14. Vegyes feladat parabolikus egyenletre. A maximumelv és következményei. Gyenge megoldások, folytonos függés $\mathbb{L}^2$-ben. Galjorkin-módszer.
15. Vegyes feladat hiperbolikus egyenletre. Energiaintegrál, folytonos függés. Gyenge megoldások. Galjorkin-módszer.