

- 10/−7 :  
 <  
 Néha nem minden logikai jelet, illetve kvantort használunk. Ekkor az adott logi-  
 >  
 Néha nem minden logikai jelet illetve kvantort használunk. Ekkor az adott logi-
- 32/16 :  
 <  
 a (2)–(8) tulajdonságok nem teljesülésére is találunk példát. Nem tranzitív a sík pontjai  
 >  
 a (2)–(8) tulajdonságok nem teljesülésére is. Nem tranzitív az egyenes pontjai
- 34/17 :  
 <  
 → **Feladat [6]**. Mutassuk meg, hogy ha  $\mathcal{O}$  egy osztályozás, akkor a megfelelő ekvivalencia-reláció  $\cup\{C \times C : C \in \mathcal{O}\}$ .  
 >
- 43/−5 :  
 <  
 értelmezzük. Ha nem okozhat félreértést, akkor a rövidebb jelölést is használjuk. Ha  
 >  
 értelmezzük. Ha nem okozhat félreértést, akkor a rövidebb  $\cup_i X_i$  jelölést is használjuk.  
 Ha
- 43/−3 :  
 <  
 összefüggéssel, és erre is használjuk a rövidebb jelölést. Indexelt halmazcsaládokra is igaz  
 >  
 összefüggéssel, és erre is használjuk a rövidebb  $\cap_i X_i$  jelölést. Indexelt halmazcsaládokra is igaz
- 50/−4 :  
 <  
 valamilyen  $n \in \mathbb{N}$ -re.  $n^+ = n$  következne, így (5) szerint  $S = \mathbb{N}$ , azaz minden  $b \in \mathbb{N}$ -re  $n^+ \neq n$ . (Az ilyen  
 >  
 valamilyen  $n \in \mathbb{N}$ -re.  $n^+ = n$  következne, így (5) szerint  $S = \mathbb{N}$ , azaz minden  $n \in \mathbb{N}$ -re  $n^+ \neq n$ . (Az ilyen

- 60/20 :

<

valamilyen  $n \in \mathbb{N}$ -re. Ekkor  $s_{m+}$  és  $s_m$  definíciója valamint az indukciós feltevés miatt

>

valamilyen  $n \in \mathbb{N}$ -re. Ekkor  $s_{m+}$  és  $s_m$  definíciója valamint az indukciós feltevés miatt

- 62/-8 :

<

Egy  $G$  monoid azon elemeinek halmazát, amelyeknek van inverze,  $G^*$ -gal jelöljük (függetlenül attól, hogy mivel jelöljük a műveletet). Bármely  $G$  monoidra  $(G^*, *)$  csoport.

>

Egy  $G$  monoid azon elemeinek halmazát, amelyeknek van inverze,  $G^*$ -gal szokás jelölni (függetlenül attól, hogy mivel jelöljük a műveletet). Bármely  $G$  monoidra  $(G^*, *)$  csoport. Ezt a jelölést a továbbiakban nem használjuk, mivel az informatikában másra van fenntartva.

- 63/-5 :

<

- **2.2.12. Példák.**  $(\mathbb{Z}, +)$ ,  $(\mathbb{Q}, +)$ ,  $(\mathbb{R}, +)$ ,  $(\mathbb{Z}^*, \cdot)$ ,  $(\mathbb{Q}^*, \cdot)$  és  $(\mathbb{R}^*, \cdot)$  Abel-csoportok.

>

- **2.2.12. Példák.**  $(\mathbb{Z}, +)$ ,  $(\mathbb{Q}, +)$ ,  $(\mathbb{R}, +)$ ,  $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ ,  $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$  és  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  Abel-csoportok.

- 65/3 :

<

meg, hogy  $\{(x, y) \in G \times G : xy = x\}$  olyan részbenrendezés, amelyre minden  $\{x, y\} \subset G$

>

meg, hogy  $\{(x, y) \in G \times G : xy = y\}$  olyan részbenrendezés, amelyre minden  $\{x, y\} \subset G$

- 67/20 :

<

- \* **2.3.11. Többváltozós függvények.** Egy  $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  Descartes-szorzaton

>

- 2.3.11. Többváltozós függvények.** Egy  $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  Descartes-szorzaton

- 75/14 :

<

Vol. 4., Fas. 0.) Ha az  $(x, x_2, \dots, x_n) \mapsto \neg f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  logikai függvényt állítjuk elő

>

Vol. 4., Fas. 0.) Ha az  $(x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto \neg f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  logikai függvényt állítjuk elő

- 75/21 :  
 $<$   
 konjunktív normál alaknak nevezzük, ha pedig  $n_k = n$  minden  $k$ -ra, akkor teljes konjunktív  
 $>$   
 konjunktív normál alaknak nevezzük, ha pedig  $n_k = n$  minden  $k$ -ra, akkor teljes konjunktív
- 78/8 :  
 $<$   
 közép közötti egyenlőtlenséget: ha  $x_1, x_2, \dots, x_n$  nemnegatív valós számok, akkor  
 $>$   
 közép közötti egyenlőtlenséget: ha  $x_1, x_2, \dots, x_n$  nemnegatív valós számok, akkor
- 97/18 :  
 $<$   
 tését. A  $\mathbb{Z} = -\mathbb{N} \cup \mathbb{N} \subset \mathbb{R}$  halmaz elemeit oknak nevezzük. A definíció alapján adódik,  
 $>$   
 tését. A  $\mathbb{Z} = -\mathbb{N} \cup \mathbb{N} \subset \mathbb{R}$  halmaz elemeit egész számoknak nevezzük. A definíció alapján adódik,
- 101/4 :  
 $<$   
 az egymásba skatulyázott intervallumok zártak, korlátosak és nem üresek. Mutassuk  
 $>$   
 az egymásba skatulyázott intervallumok zártak, korlátosak és nem üresek. Mutassuk
- 101/-5 :  
 $<$   
 Jelölje  $a$  a  $(0, 1)$  komplex számot (villamosmérnökök ezt a számot  $j$ -vel jelölik). Ve-  
 $>$   
 Jelölje  $i$  a  $(0, 1)$  komplex számot (villamosmérnökök ezt a számot  $j$ -vel jelölik). Ve-
- 110/-9 :  
 $<$   
 ez az  $s = 0$  esetben valós és kisebb, vagy egyenlő nulla, és ha valós, akkor  $v = 0$  vagy  
 $>$   
 ez az  $s = 0$  esetben valós és kisebb, vagy egyenlő nulla, és ha valós, akkor  $v = 0$  vagy
- 111/6 :  
 $<$   

$$2|v||v'| \cos \varphi = |v|^2 + |v'|^2 - |v - v'|^2 \langle v, v \rangle + \langle v', v' \rangle - (\langle v, v \rangle - \langle v, v' \rangle - \langle v', v \rangle + \langle v', v' \rangle)$$

$$= 2\langle v, v' \rangle,$$
 $>$   

$$2|v||v'| \cos \varphi = |v|^2 + |v'|^2 - |v - v'|^2$$

$$= \langle v, v \rangle + \langle v', v' \rangle - (\langle v, v \rangle - \langle v, v' \rangle - \langle v', v \rangle + \langle v', v' \rangle) = 2\langle v, v' \rangle,$$

- 112/14 :  
<  
\* **3.4.35. A skaláris és vektoriális szorzások geometriai alkalmazásai.** A há-  
>  
\* **3.4.35. A skaláris és vektoriális szorzás geometriai alkalmazásai.** A há-
- 112/-5 :  
<  
 $v$  irányvektorú egyenes és az  $n$  normálvektorú sík hajlásszögének szinusza, ha  $n$  és  $v$  is  
>  
 $v$  irányvektorú egyenes és az  $n$  normálvektorú sík hajlásszögének szinusza, ha  $n$  és  $v$  is
- 114/-2 :  
<  
**3.4.40. További feladatok megoldásokkal: [51].**  
>  
**3.4.40. További feladatok megoldásokkal. [51].**
- 121/-10 :  
<  
→ **4.2.9. Feladat [0].** Hány  $f : \{\uparrow, \downarrow\}^n \rightarrow \{\uparrow, \text{dto}\}^m$  logikai függvény van?  
>  
→ **4.2.9. Feladat [0].** Hány  $f : \{\uparrow, \downarrow\}^n \rightarrow \{\uparrow, \downarrow\}^m$  logikai függvény van?
- 137/12 :  
<  
olyan jólrendezett  $W$  részhalmaza, hogy minden  $x \in X$ -hez van olyan  $y \in W$ , hogy  
>  
olyan jólrendezett  $W$  részhalmaza, amelyre minden  $x \in X$ -hez van olyan  $y \in W$ , hogy
- 140/6 :  
<  
T betűk halmaza megszámlálható.  
>  
T betűk tetszőleges halmaza megszámlálható.
- 140/16 :  
<  
**5.3.3. Tétel.** A  $\wp(\mathbb{N})$  halmaz és  $\mathbb{R}$  ekvivalensek.  
>  
**5.3.3. Tétel.** A  $\wp(\mathbb{N})$  halmaz és  $\mathbb{R}$  ekvivalensek, Cantor tétele szerint tehát a kon-  
tinuum számosságú halmazok nem megszámlálhatóak.

- 143/8 :
  - <
  - 5.3.27. Feladat [11].** Mutassuk meg, hogy ha  $A$  végtelen halmaz, akkor  $A \times \{0, 1\} \sim A$ .
  - >
  - 5.3.27. Feladat [11].** Mutassuk meg, hogy ha  $A$  végtelen halmaz, akkor  $A \sim A \times \{0, 1\}$ .
- 143/16 :
  - <
  - $\mathbb{R}$  és  $A^{\mathbb{R}} \sim \wp(R)$ .
  - >
  - $\mathbb{R}$  és  $A^{\mathbb{R}} \sim \wp(\mathbb{R})$ .
- 143/20 :
  - <
  - számlálható részhalmazainak rendszere hasonló  $\mathbb{R}$ -hez.
  - >
  - számlálható részhalmazainak rendszere kontinuum számosságú.
- 144/2 :
  - <
  - tárciónak halmaza ekvivalens  $\wp(X)$ -el.
  - >
  - tárciónak halmaza ekvivalens  $\wp(X)$ -szel.
- 146/−16 :
  - <
  - szomszédjának a szorzata osztható 24-el.
  - >
  - szomszédjának a szorzata osztható 24-gyel.
- 146/5 :
  - <
  - Megjegyezzük, hogy bár a  $|$  reláció  $\mathbb{N}^+$ -on az  $\mathbb{N}^+$ -beli  $\leq$  leszűkítése, de  $\mathbb{N}$ -ben a 0 a legnagyobb elem az  $|$  relációra nézve, így ott már  $|$  nem leszűkítése  $\leq$ -nek, például  $0 \nmid 1$ ,
  - >
  - Megjegyezzük, hogy bár az  $|$  reláció  $\mathbb{N}^+$ -on az  $\mathbb{N}^+$ -beli  $\leq$  leszűkítése, de  $\mathbb{N}$ -ben a 0 a legnagyobb elem az  $|$  relációra nézve, így ott már  $|$  nem leszűkítése  $\leq$ -nek, például  $0 \nmid 1$ ,
- 146/−4 :
  - <
  - (4)  $18 \mid 2^{2n} 4n - 10$ ;
  - >
  - (4)  $18 \mid 2^{2n} + 24n - 10$ ;

- 147/−9 :

<

akkor  $R$  egységelemes: ha  $\varepsilon$  egy egység, akkor  $\varepsilon|\varepsilon$ , így valamely  $0 \neq e \in \mathbb{R}$ -re  $\varepsilon = e\varepsilon$ . Innen  $a\varepsilon = ae\varepsilon$  minden  $a \in \mathbb{R}$ -re. Mivel  $\varepsilon \neq 0$ , lehet vele egyszerűsíteni. Az  $a \in R$  asszociáltjai

>

akkor  $R$  egységelemes: ha  $\varepsilon$  egy egység, akkor  $\varepsilon|\varepsilon$ , így valamely  $0 \neq e \in R$ -re  $\varepsilon = e\varepsilon$ . Innen  $a\varepsilon = ae\varepsilon$  minden  $a \in R$ -re. Mivel  $\varepsilon \neq 0$ , lehet vele egyszerűsíteni. Az  $a \in R$  asszociáltjai

- 147/−9 :

<

ha nem egység, és csak triviális módon írható fel szorzatként, tehát  $a = bc$ ,  $b, c \in \mathbb{R}$

>

ha nem egység, és csak triviális módon írható fel szorzatként, tehát  $a = bc$ ,  $b, c \in R$

- 147/−2 :

<

akkor  $R$  egységelemes: ha  $\varepsilon$  egy egység, akkor  $\varepsilon|\varepsilon$ , így valamely  $0 \neq e \in \mathbb{R}$ -re  $\varepsilon = e\varepsilon$ . Innen  $a\varepsilon = ae\varepsilon$  minden  $a \in \mathbb{R}$ -re. Mivel  $\varepsilon \neq 0$ , lehet vele egyszerűsíteni. Az  $a \in R$  asszociáltjai

>

akkor  $R$  egységelemes: ha  $\varepsilon$  egy egység, akkor  $\varepsilon|\varepsilon$ , így valamely  $0 \neq e \in R$ -re  $\varepsilon = e\varepsilon$ . Innen  $a\varepsilon = ae\varepsilon$  minden  $a \in R$ -re. Mivel  $\varepsilon \neq 0$ , lehet vele egyszerűsíteni. Az  $a \in R$  asszociáltjai

- 148/−7 :

<

tosan akkor teljesül, ha  $a$ -nak és  $b$ -nek létezik  $d$  legnagyobb közös osztója és  $d$  az  $a$

>

tosan akkor teljesül, ha  $a$ -nak és  $b$ -nek létezik  $d$  legnagyobb közös osztója, és  $d$  az  $a$

- 151/−13 :

<

binomiális együtthatók az első és az utolsó kivételével mind oszthatók  $n$ -el.

>

binomiális együtthatók az első és az utolsó kivételével mind oszthatók  $n$ -nel.

- 152/−3 :

<

nak el" az  $a + dn$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) számtani sorozatok között, ahol  $0 < a \leq d$ . (Nyilván  $\text{lko}(a, d)$

>

nak el" az  $a + dn$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) számtani sorozatok között, ahol  $0 < a \leq d$ ,  $\text{lko}(a, d) = 1$ . (Nyilván  $\text{lko}(a, d)$ )

- 155/1 :  
<  
**6.1.55. Eratoszthenész szitája.** Ha egy adott  $n$ -ig az összes prímet meg akarjuk  
>  
**6.1.55. Eratoszthenész szitája.** Ha egy adott  $n$ -ig az összes prímet meg akarjuk
  
- 156/9 :  
<  
úgynevezett ishrs[harmonikus szám]ok  $n > 1$  esetén nem egészek.  
>  
úgynevezett *harmonikus számok*  $n > 1$  esetén nem egészek.
  
- 158/10 :  
<  
 $\mathbb{Z}_m$  egyelemű, a zérógyűrű, így ez az eset is érdektelen.  
>  
 $\mathbb{Z}_m$  egyelemű, a nullgyűrű, így ez az eset is érdektelen.
  
- 159/5 :  
<  
**6.2.8. Diszkrét logaritmus probléma.** A következő pont mutatja, hogy  $\mathbb{Z}_m$ -ben nem nehéz hatványozni. Azonban a tapasztalat szerint még ha  $m$  prím is,  $\mathbb{Z}_m$  invertálható  
>  
**6.2.8. Diszkrét logaritmus probléma.** A következő pont mutatja, hogy  $\mathbb{Z}_m$ -ben nem nehéz hatványozni. Azonban a tapasztalat szerint még ha  $m$  prím is,  $\mathbb{Z}_m$  invertálható
  
- 161/21 :  
<  
 $k \in \mathbb{Z}$ . A kongruencia az  $x \equiv 4 \pmod{31}$  kongruenciával ekvivalens; ez a mod 31 ekvivalenciaosztály két mod 62 ekvivalenciaosztály egyesítése, így  $x \equiv 4 \pmod{62}$  vagy  $x \equiv 35 \pmod{62}$ .  
>  
 $k \in \mathbb{Z}$ . A kongruencia az  $x \equiv 4 \pmod{31}$  kongruenciával ekvivalens; ez a mod 31 ekvivalenciaosztály két mod 62 ekvivalenciaosztály egyesítése, így  $x \equiv 4 \pmod{62}$  vagy  $x \equiv 35 \pmod{62}$ .
  
- 162/-3 :  
<  
**6.2.26. Feladat [7].** Egész együtthatós lineáris egyenletekből álló diophantikus  
>  
**6.2.26. Feladat [7].** Egész együtthatós lineáris egyenletekből álló diofantikus

- 163/12 :

<

sebb az abszolút értéke az összes egyenletben. Ha ez mondjuk  $X$ , és az egyenlet

>

sebb az abszolút értéke az összes egyenletben. Ha ez mondjuk  $x$ , és az egyenlet

- 163/22 :

<

fenti lépéseket(1)-től.

>

fenti lépéseket (1)-től.

- 167/−10 :

<

ahonnan  $r = v$ . (A  $v$  és  $s$  egybeesésének valószínűsége hibás aláírás esetén nagyon kicsi.)

>

ahonnan  $r = v$ . (A  $v$  és  $r$  egybeesésének valószínűsége hibás aláírás esetén nagyon kicsi.)

- 168/2 :

<

az RSA eljárásnál az  $(m, e)$  nyilvános kulcshoz hatékonyan meg tudjuk határozni a  $d$

>

az RSA eljárásnál az  $(m, e)$  nyilvános kulcshoz hatékonyan meg tudjuk határozni a  $d$

- 170/5 :

<

száma. Például  $\kappa(1) = 0, \kappa(2) = 1, \kappa(3) = 1, \kappa(4) = 2, \kappa(5) = 1, \kappa(6) = 1$  és  $\nu(1) = 0$ ,

>

száma. Például  $\kappa(1) = 0, \kappa(2) = 1, \kappa(3) = 1, \kappa(4) = 2, \kappa(5) = 1, \kappa(6) = 2$  és  $\nu(1) = 0$ ,

- 172/9 :

<

(4) minden tökéletes szám az (1)-ben megadott alakú.

>

(4) minden páros tökéletes szám az (1)-ben megadott alakú.

- 182/−9 :

<

egyik végpontja  $S$ -ben, a másik pedig pedig  $V \setminus S$ -ben van. (Ezt a jelölést különböző könyvek

>

egyik végpontja  $S$ -ben, a másik pedig pedig  $V \setminus S$ -ben van. (Ezt a jelölést különböző könyvek



- 185/8 :

<

**7.1.9. Gráfok Descartes-szorzata.** Ha  $G_i = (\varphi_i, E_i, V_i)$ ,  $i \in I$  gráfok indexelt családja, akkor a  $\times_{i \in I} G_i$  Descartes-szorzatuk az a  $G = (E, V)$  gráf, amelyben a csúcsok

>

**7.1.9. Gráfok Descartes-szorzata.** Ha  $G_i = (\varphi_i, E_i, V_i)$ ,  $i \in I$  egyszerű gráfok indexelt családja, akkor a  $\times_{i \in I} G_i$  Descartes-szorzatuk az a  $G = (\varphi, E, V)$  gráf, amelyben a csúcsok

- 201/4 :

<

vezet irányított út. Ez a reláció nyilván tranzitív. Ha a megfelelő szigorú reláció irreflexív

>

vezet irányított út. Ez a reláció nyilván tranzitív. Ha a megfelelő szigorú reláció szigorúan antiszimmetrikus

- 217/−12 :

<

Az algebra célja ilyen „koordinátázó” matematikai struktúrák — egy vagy több mű-

>

Az algebra célja ilyen „koordinátázó” matematikai struktúrák — egy vagy több mű-

- 218/−6 :

<

(4) páros számok az szorzással;

>

(4) páros számok a szorzással;

- 219/18 :

<

$$\varphi^{-1}((\varphi(x)\varphi(y))) = \varphi^{-1}(\varphi(xy)) = xy = \varphi^{-1}(\varphi(x))\varphi^{-1}(\varphi(y)).$$

>

$$\varphi^{-1}(\varphi(x)\varphi(y)) = \varphi^{-1}(\varphi(xy)) = xy = \varphi^{-1}(\varphi(x))\varphi^{-1}(\varphi(y)).$$

- 220/7 :

<

lineáris tér transzformációi felelnek meg, így véges halmaz leképezéseivel történő repre-

>

lineáris tér transzformációi felelnek meg, így véges halmaz leképezéseivel történő repre-

- 222/6 :  
 <  
 táblázattal megadott művelet elvégezhető az osztás, mégsem kapunk csoportot, mert a  
 >  
 táblázattal megadott műveletre elvégezhető az osztás, mégsem kapunk csoportot, mert a
- 223/13 :  
 <  
 $i^*$ szimmetriaelvek segítségével származtatható.  
 >  
 szimmetriaelvek segítségével származtatható.
- 225/18 :  
 <  
 inak felelnek meg: annak, hogy a determináns 1, azzal ekvivalens, hogy a transzformáció  
 >  
 inak felelnek meg: az, hogy a determináns 1, azzal ekvivalens, hogy a transzformáció
- 226/-5 :  
 <  
 alakba írható  $p \mapsto q$  az  $s$ -edik tengely mentén való egyenes vonalú egyenletes *mozgások*  
 >  
 alakba írható  $p \mapsto q$  leképezések, az  $s$ -edik tengely mentén való egyenes vonalú egyenletes *mozgások*
- 227/-16 :  
 <  
**Bizonyítás.** Egyrészt a jobb oldalon álló halmaz részcsoporthoz, mert tartalmazza az  
 >  
**Bizonyítás.** Egyrészt a jobb oldalon álló halmaz részcsoporthoz, mert tartalmazza az
- 227/-7 :  
 <  
 $n \in \mathbb{Z}$ -re is, azaz  $\varphi(\langle g \rangle) = \langle \varphi(g) \rangle$ .  $\square$   
 >  
 $n \in \mathbb{Z}$ -re is, azaz  $\varphi(\langle g \rangle) = \langle \varphi(g) \rangle$ .  $\square$
- 229/-8 :  
 <  
**8.1.48. Feladat [8].** Igazoljuk, hogy  $\mathbb{Q}$  additív csoportjában bármely véges rész-  
 >  
**8.1.48. Feladat [8].** Igazoljuk, hogy  $\mathbb{Q}$  additív csoportjában bármely véges rész-

- 231/19 :

<

→ **8.1.56. Feladat [2]**. Mutassuk meg, hogy  $\mathbb{Q}^+$  a szorzással a  $\mathbb{Q}^*$ ,  $\mathbb{R}^*$ , illetve  $\mathbb{C}^*$

>

→ **8.1.56. Feladat [2]**. Mutassuk meg, hogy  $\mathbb{Q}^+$  a szorzással a  $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ ,  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , illetve  $\mathbb{C} \setminus \{0\}$

- 235/−11 :

<

(3)  $(\mathbb{C}^*/\mathbb{T}, \cdot)$  és  $(\mathbb{R}^+, \cdot)$ ;

(4)  $(\mathbb{C}^*/\mathbb{R}^+, \cdot)$  és  $(\mathbb{T}, \cdot)$ ;

(5)  $(\mathbb{R}/\mathbb{Z}, +)$  és  $(\mathbb{T}, \cdot)$ ;

(6)  $(\mathbb{Q}/\mathbb{Z}, +)$  és  $(\mathbb{U}, \cdot)$ ;

(7)  $(\mathbb{Q}^*/\mathbb{U}_2, \cdot)$  és  $(\mathbb{Q}^+, \cdot)$ ;

(8)  $(\mathbb{R}^*/\mathbb{U}_2, \cdot)$  és  $(\mathbb{R}^+, \cdot)$ ;

>

(3)  $(\mathbb{C} \setminus \{0\}/\mathbb{T}, \cdot)$  és  $(\mathbb{R}^+, \cdot)$ ;

(4)  $(\mathbb{C} \setminus \{0\}/\mathbb{R}^+, \cdot)$  és  $(\mathbb{T}, \cdot)$ ;

(5)  $(\mathbb{R}/\mathbb{Z}, +)$  és  $(\mathbb{T}, \cdot)$ ;

(6)  $(\mathbb{Q}/\mathbb{Z}, +)$  és  $(\mathbb{U}, \cdot)$ ;

(7)  $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}/\mathbb{U}_2, \cdot)$  és  $(\mathbb{Q}^+, \cdot)$ ;

(8)  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}/\mathbb{U}_2, \cdot)$  és  $(\mathbb{R}^+, \cdot)$ ;

- 235/−2 :

<

részcsoporthaj ( $\mathbb{G}\mathbb{A}(\mathbb{R}^1) \circ$ )-nek, de  $\mathbb{G}\mathbb{L}(\mathbb{R}^1)$  nem normálosztó, míg  $N$  normálosztó, és a faktorcsoporthaj  $\mathbb{G}\mathbb{L}(\mathbb{R}^1)$ -gyel, azaz  $(\mathbb{R}^*, \cdot)$ -tal.

>

részcsoporthaj ( $\mathbb{G}\mathbb{A}(\mathbb{R}^1), \circ$ )-nek, de  $\mathbb{G}\mathbb{L}(\mathbb{R}^1)$  nem normálosztó, míg  $N$  normálosztó, és a faktorcsoporthaj  $\mathbb{G}\mathbb{L}(\mathbb{R}^1)$ -gyel, azaz  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ -tal.

- 236/3 :

<

(1)  $\mathbb{G}\mathbb{L}(F^n)/\mathbb{S}\mathbb{L}(F^n)$  és  $(F^*, \cdot)$ ;

(2)  $\mathbb{O}(n)/\mathbb{S}\mathbb{O}(n)$  és  $(\mathbb{U}_2, \cdot)$ ;

(3)  $(\mathbb{U}(n)/\mathbb{S}\mathbb{U}(n))$  és  $(\mathbb{T}, \cdot)$ ;

(4)  $(\mathbb{S}\mathbb{O}(2))$  és  $(\mathbb{T}, \cdot)$ .

>

- (1)  $\mathrm{GL}(F^n)/\mathrm{SL}(F^n)$  és  $(F^*, \cdot)$ ;
- (2)  $\mathbb{O}(n)/\mathrm{SO}(n)$  és  $(\mathbb{U}_2, \cdot)$ ;
- (3)  $\mathbb{U}(n)/\mathrm{SU}(n)$  és  $(\mathbb{T}, \cdot)$ ;
- (4)  $\mathrm{SO}(2)$  és  $(\mathbb{T}, \cdot)$ .

- 236/−8 :

<

- (2)  $(Q, +)$ .

>

- (2)  $(\mathbb{Q}, +)$ .

- 237/−1 :

<

**8.1.100. Feladat [5].** Mutassuk meg, hogy  $(C^*/\mathbb{U}, \cdot)$  és  $(\mathbb{R}^+, \cdot) \times (\mathbb{R}/\mathbb{Q}, +)$  izomor-

>

**8.1.100. Feladat [5].** Mutassuk meg, hogy  $(\mathbb{C} \setminus \{0\}/\mathbb{U}, \cdot)$  és  $(\mathbb{R}^+, \cdot) \times (\mathbb{R}/\mathbb{Q}, +)$  izomor-

- 238/1 :

<

**8.1.101. Feladat: Diszkrét direkt szorzat [5].** Legyen  $G_i$  ( $i \in I$ ) csoportok

>

**8.1.101. Feladat: diszkrét direkt szorzat [5].** Legyen  $G_i$  ( $i \in I$ ) csoportok

- 238/4 :

<

alkotnak a direkt szorzatban; ez a  $G_i$  ( $i \in I$ ) indexelt család *diszkrét direkt szorzata*.

>

alkotnak a direkt szorzatban; ez a  $G_i$  ( $i \in I$ ) indexelt család *diszkrét direkt szorzata*.

- 241/5 :

<

morfak:  $\mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_3, \mathbb{Z}_4, \mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_3^*, \mathbb{Z}_5^*, \mathbb{Z}_8^*, \mathbb{Z}_{12}^*, S_2, A_3, S_3, D_3, D_4, Q$ .

>

morfak:  $\mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_3, \mathbb{Z}_4, \mathbb{Z}_8, \mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, \mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, \mathbb{Z}_8 \setminus \{0\}, \mathbb{Z}_{12} \setminus \{0\}, S_2, A_3, S_3, D_3, D_4, Q$ .

- 253/−4 :

<

mas:  $G$  az egész számok gyűrűje,  $G'$  a  $\{\uparrow, \downarrow\}$  halmaz az  $\oplus$  kizáró vagy mint összeadással

>

mas:  $G$  az egész számok gyűrűje,  $G'$  a  $\{\uparrow, \downarrow\}$  halmaz az  $\oplus$  „kizáró vagy”-gyal mint összeadással

- 253/−4 :

&lt;

mas:  $G$  az egész számok gyűrűje,  $G'$  a  $\{\uparrow, \downarrow\}$  halmaz az  $\oplus$  kizáró vagy mint összeadással

&gt;

mas:  $G$  az egész számok gyűrűje,  $G'$  a  $\{\uparrow, \downarrow\}$  halmaz az  $\oplus$  „kizáró vagy”-gyal mint összeadással

- 257/5 :

&lt;

hogyan  $b|a$  és  $\varphi(b) = \varphi(a)$ . Felírva  $a$ -t  $bq + r$  alakban, meg kell mutatnunk, hogy  $r \neq 0$

&gt;

hogyan  $b|a$  és  $\varphi(b) = \varphi(a)$ . Felírva  $b$ -t  $aq + r$  alakban, meg kell mutatnunk, hogy  $r \neq 0$

- 261/1 :

&lt;

→ **8.2.90. Feladat [3]**. Határozzuk meg a  $m\mathbb{Z}$  hányadostestét, ha  $0 \neq m \in \mathbb{Z}$ .

&gt;

→ **8.2.90. Feladat [3]**. Határozzuk meg  $\mathbb{Z}_m$  hányadostestét.

- 267/11 :

&lt;

speciálisan a konstans tag is nulla legyen  $\mathbb{Z}_p$ -ben.  $\square$

&gt;

speciálisan a konstans tag is nulla kell legyen  $\mathbb{Z}_p$ -ben.  $\square$

- 267/−2 :

&lt;

**Bizonyítás.** Ha  $f = g^n h$ , akkor differenciálással

$$f' = ng^{n-1}h + g^n h' = g^{n-1}(nh + gh'). \quad \square$$

&gt;

**Bizonyítás.** Indukcióval  $(g^n)' = ng^{n-1}g'$ , ha  $n \in \mathbb{N}^+$ . Ha  $f = g^n h$ , akkor

$$f' = ng^{n-1}g'h + g^n h' = g^{n-1}(ng'h + gh'). \quad \square$$

- 268/1 :

&lt;

**8.3.32. Következmény.** Ha  $R$  test,  $f \neq 0$ , és  $d$  az  $f$  és az  $f'$  legnagyobb közös

&gt;

**8.3.32. Következmény.** Ha  $R$  test (és így  $R[x]$ -ben van legnagyobb közös osztó),  $f \neq 0$ , és  $d$  az  $f$  és az  $f'$  egyik legnagyobb közös

- 268/16 :

<

$ng(c)$ , ami  $g(c) \neq 0$  miatt nem nulla, ha  $\text{char}(R) \nmid n$ .  $\square$

>

$ng(c)$ , ami  $g(c) \neq 0$  miatt nem nulla, ha  $\text{char}(R) \nmid n$ .  $\square$

- 268/20 :

<

$p \nmid n$ , akkor  $f = (x - a)^p((x - a)^n + 1) \in \mathbb{Z}_p[x]$ -nek az  $a$  egy  $p$ -szeres gyöke, míg

>

$p \nmid n$ , akkor  $f = (x - a)^p((x - a)^n + 1) \in \mathbb{Z}_p[x]$ -nek az  $a$  egy  $p$ -szeres gyöke, míg

- 270/-13 :

<

(4)  $\mathbb{Z}[x]/(m)$  izomorf  $\mathbb{Z}_m[x]$ -szel;

(5)  $\mathbb{Z}[x]/(m, x)$  izomorf  $\mathbb{Z}_m$ -mel;

>

(4)  $\mathbb{Z}[x]/(m)$  izomorf  $\mathbb{Z}_m[x]$ -szel;

(5)  $\mathbb{Z}[x]/(m, x)$  izomorf  $\mathbb{Z}_m$ -mel;

- 275/-12 :

<

Általánosabban, legyen  $R$  egy uss-gyűrű,  $K$  pedig a hányadosteste. Minden  $R[x]$ -

>

Általánosabban, legyen  $R$  egy Gauss-gyűrű,  $K$  pedig a hányadosteste. Minden  $R[x]$ -

- 283/-15 :

<

egyenletet

>

$x^4 + px^2 + qx + r = 0$  egyenletet

- 285/-14 :

<

(5)  $\mathbb{Q}(\sqrt{5}) \subset R$ ;

>

(5)  $\mathbb{Q}(\sqrt{5}) \subset \mathbb{R}$ ;

- 288/−2 :

&lt;

már azzal is célt érünk, ha  $t$ -t véletlen elsőfokú főpolinomnak választjuk.) Páros  $q$  esetén a

$$t(x)^{q^d} - t(x) = \prod_{c \in \mathbb{F}_q} (T(t(x)) - c)$$

faktorizálás használható, ahol

$$T(x) = x + x^q + x^{q^2} + \dots + x^{q^{(d-1)}};$$

ez úgy adódik, hogy a nyilvánvaló  $x^q - x = \prod_{c \in \mathbb{F}_q} (x - c)$  faktorizálásba  $x$  helyére  $T(x)$ -et írunk, és felhasználjuk, hogy  $T(x)^q - T(x) = x^{q^d} - x$  (mivel  $T(x)^q = T(x^q)$ , így  $T(x)^q - T(x)$ -ben két tag kivételével minden kiesik), majd  $x$  helyére  $t(x)$ -et helyettesítünk.

&gt;

már azzal is célt érünk, ha  $t$ -t véletlen elsőfokú főpolinomnak választjuk.) Páros (azaz kettőhatvány)  $q$  esetén a

$$t(x)^{q^d} - t(x) = T(t(x)) (T(t(x)) - 1)$$

faktorizálás használható, ahol

$$T(x) = x + x^2 + x^4 + x^8 + \dots + x^{q^{d/2}};$$

ez úgy adódik, hogy a nyilvánvaló  $x^2 - x = x(x-1)$  faktorizálásba  $x$  helyére  $T(x)$ -et írunk, és felhasználjuk, hogy  $T(x)^2 - T(x) = x^{q^d} - x$  (mivel  $T(x)^2 = T(x^2)$ , így  $T(x)^2 - T(x)$ -ben két tag kivételével minden kiesik), majd  $x$  helyére  $t(x)$ -et helyettesítünk.

- 291/5 :

&lt;

$$|g_j| \leq \binom{m-1}{j} \|f\| + \binom{m-1}{j-1} |g_m|, \quad \text{ha } j = 0, 1, \dots, m,$$

&gt;

$$|g_j| \leq \binom{m-1}{j} \|f\| + \binom{m-1}{j-1} |f_n|, \quad \text{ha } j = 0, 1, \dots, m,$$

- 292/14 :

&lt;

\* **8.3.120. Feladat [4].** Oldjuk meg az modulo 540 az

&gt;

\* **8.3.120. Feladat [4].** Oldjuk meg modulo 540 az

- 292/20 :
  - <
  - \* **8.3.122. Feladat.** Mutassuk meg, hogy  $\mathbb{Z}[x]$  hányadosteste izomorf  $\mathbb{Q}(x)$ -szel.
  - >
  - \* **8.3.122. Feladat [5].** Mutassuk meg, hogy  $\mathbb{Z}[x]$  hányadosteste izomorf  $\mathbb{Q}(x)$ -szel.
  
- 295/-17 :
  - <
  - $\dots + i_n$  és  $x^i = x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_n^{i_n}$ . Ezzel a jelöléssel az  $f$  polinom  $\sum_{|i| \leq m} f_i x^i$  véges összegként
  - >
  - $\dots + i_n$ ,  $i! = i_1! i_2! \dots i_n!$  és  $x^i = x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_n^{i_n}$ . Ezzel a jelöléssel az  $f$  polinom  $\sum_{|i| \leq m} f_i x^i$  véges összegként
  
- 300/11 :
  - <
  - \* **8.3.140. Feladat [4].** Számítani sorozatot alkotnak-e  $8x^3 - 12x^2 - 2x + 3$  gyökei?
  - >
  
- 303/13 :
  - <
  - 9.1.5. Feladat [1].** Az adott eloszlásra határozzuk meg a  $H_3$  és  $H_4$  entrópiáját és relatív entrópiáját:
  - >
  - 9.1.5. Feladat [1].** Az adott eloszlásra határozzuk meg a  $H_3$  és  $H_4$  entrópiát és a relatív entrópiát:
  
- 303/19 :
  - <
  - 9.1.6. Feladat [1].** Határozzuk meg a  $H_4$  entrópiáját és relatív entrópiáját, ha a
  - >
  - 9.1.6. Feladat [1].** Határozzuk meg a  $H_4$  entrópiát és a relatív entrópiát, ha a
  
- 303/-2 :
  - <
  - rendre „szavakra”, „szótagokra”, „fogalmakra”, illetve „hangokra” —, hogy minden üzenet előálljon ilyen elemi részek egymás után fűzésével, de egyetlen üzenetet se lehessen
  - >
  - rendre „szavakra”, „szótagokra”, „fogalmakra”, illetve „hangokra” —, hogy minden üzenet előálljon ilyen elemi részek egymás után fűzésével, de egyetlen üzenetet se lehessen



- 339/16 :  
 <  
 gzip-ben is használt „deflate” tömörítéssel tömörítjük.  
 >  
 a gzip-ben is használt „deflate” tömörítéssel tömörítjük.
- 340/15 :  
 <  
 színesség leírására szolgáló adatokat felezve vagy negyedelve.. A továbbiakban a három képet  
 >  
 színesség leírására szolgáló adatokat felezve vagy negyedelve. A továbbiakban a három képet
- 350/18 :  
 <  
 még a csupa nulla illetve csupa egy bitsorozat. Mint könnyen ellenőrizhető, hogy így  
 >  
 még a csupa nulla illetve csupa egy bitsorozat. Mint könnyen ellenőrizhető, így
- 350/21 :  
 <  
 1100110, 0111100, 1011010, 1011001, 1111111. A Fano-kód súlya, tehát távolsága is 3.  
 Könnyen  
 >  
 1100110, 0111100, 1011010, 1011001, 1111111. A Fano-kód súlya, tehát távolsága is 3.  
 Könnyen
- 352/−5 :  
 <  
 hibajavítás a vett szó szindrómaszindrómája segítségével könnyen elvégezhető: ha csak  
 >  
 hibajavítás a vett szó szindrómája segítségével könnyen elvégezhető: ha csak
- 353/12 :  
 <  
 ris kódolást *polinomkódolás*nak nevezzük,  $g(x)$  a kód *generátorpolinomja*, a kódszavak a  
 >  
 ris kódolást *polinomkódolás*nak nevezzük,  $g(x)$  a kód *generátorpolinomja*, a kódszavak a
- 354/22 :  
 <  
 $x^{2^m-1} - 1 - (x^{i\ell+j} - x^j)$  is osztható  $g(x)$ -szel, tehát  $j = 0 \ell | 2^m - 1$ . Ellenőrizve a lehetséges  
 >  
 $x^{2^m-1} - 1 - (x^{i\ell+j} - x^j)$  is osztható  $g(x)$ -szel, tehát  $j = 0$ , azaz  $\ell | 2^m - 1$ . Ellenőrizve a  
 lehetséges

- 355/14 :

&lt;

sák az ábécét ennek elemei, a  $K$  elemszámát jelölje  $q$ . Legyen a  $K^*$  egy  $\alpha$  elemének mul-

&gt;

sák az ábécét ennek elemei, a  $K$  elemszámát jelölje  $q$ . Legyen  $0 \neq \alpha \in K$  mul-

- 361/−15 :

&lt;

→ **9.3.38. Feladat** [5]. Létezik-e 3 távolságú tökéletes kód  $F_2^{147}$ -ben?

&gt;

→ **9.3.38. Feladat** [5]. Létezik-e 3 távolságú tökéletes kód  $\mathbb{F}_2^{147}$ -ben?

- 361/−14 :

&lt;

→ **9.3.39. Feladat** [5]. Létezik-e pontosan 1-hibajavító kód  $F_2^{12}$ -ben?

&gt;

→ **9.3.39. Feladat** [5]. Létezik-e pontosan 1-hibajavító kód  $\mathbb{F}_2^{12}$ -ben?

- 365/10 :

&lt;

ha egy lépést teszünk  $C$ -ben, az megfelel annak, hogy  $q'$ -ből  $k(q')$  lépést teszünk

&gt;

ha egy lépést teszünk  $C$ -ben, az megfelel annak, hogy  $q'$ -ből  $k(q')$  lépést teszünk

- 372/−20 :

&lt;

szavaknak feleltetjük meg, minden lépést legfeljebb  $2n$  lépésben tudunk szimulálni.  $\square$

&gt;

szavaknak feleltetjük meg, minden lépést legfeljebb  $3n-2$  lépésben tudunk szimulálni.  $\square$

- 383/−20 :

&lt;

jelet ír). Ennél többet tud az *egyveremtáras gép*, amelynek egy bemeneti szalagja van

&gt;

jelet ír). A *Rabin-Scott-automata* ennek a nemdeterminisztikus változata (a nemdeterminisztikus Turing-gépeket lásd később); mindig szimulálható determinisztikus véges automatával, bár az állapotok száma exponenciálisan megnő (a szimulációhoz a nemdeterminisztikus gép „halt” állapottól különböző belső állapotainak nem üres részhalmazait kell választani a determinisztikus gép belső állapotainak). A *Mealy-automata* hasonló, de a bemenet szalagokat online olvasva, minden lépésben ír a „csak kimenet” szalagokra. A *Moore-automata* abban különbözik a Mealy-automatától, hogy a kimenet csak a belső állapotától függ; a Mealy- és a Moore-automata nyilván ekvivalensek. Ezeknél többet tud az *egyveremtáras gép*, amelynek egy bemeneti szalagja van

- 411/5 :  
 <  
 például az, hogy egy szám összetett-e.) Az NP-teljes problémák létezésének bizonyítása  
 >  
 volt például nemrégén még az, hogy egy szám összetett-e.) Az NP-teljes problémák létezésének bizonyítása
- 412/5 :  
 <  
 Bruder Gy.: *Feladatok relációkra*. <http://compalg.inf.elte.hu/~zslang/Bruder, ELTE>  
 >  
 Bruder Gy.: *Feladatok relációkra*. <http://compalg.inf.elte.hu/~zslang/Bruder, ELTE>
- 412/7 :  
 <  
 Bruder Gy.: *Feladatok halmazokra*. <http://compalg.inf.elte.hu/~zslang/Bruder,>  
 >  
 Bruder Gy.: *Feladatok halmazokra*. <http://compalg.inf.elte.hu/~zslang/Bruder,>
- $+\infty/10$  :  
 <  
 esik a lekérdező nyelvekről, a relációs adatbázis-kezelőkről, logikai  
 >  
 esik a lekérdező nyelvekről, a relációs adatbázis-kezelőkről, logikai
- $+\infty/14$  :  
 <  
 amely tartalmazza az RSA kódolást, a digitális aláírást és kulcs-  
 >  
 amely tartalmazza az RSA kódolást, a digitális aláírást és a kulcs-